



Informacije o grupama za kampove za nadarene matematičare

Osnovne napomene

Učenici će na osnovu uzrasta, ranijeg predznanja, te uspjeha na takmičenjima, biti raspoređeni u pet grupa: *Početna, Srednja, Napredna, Predolimpijska i Olimpijska.*

Dosadašnja iskustva su pokazala da učenici često, u neznanju, ne odaberu odgovarajuću grupu, tj. odaberu grupu u kojoj jako teško prate predavanja, a na testovima ne ostvaruju dobre rezultate. Na taj način predavanja i testovi ne pomognu učeniku u punoj mjeri. Zbog toga je naš savjet, ukoliko učenik nije dobro savladao gradivo iz neke grupe, bolje je da ide opet u tu grupu nego da prelazi u narednu.

Početna grupa

Oblasti koje se planiraju preraditi tokom godine:

- Algebra
 - Ljetni kamp: računanje suma koje se transformacijama svode na zbir prvih n prirodnih brojeva;
 - Zimski kamp: faktorisanje i manipulacija sa algebarskim izrazima, transformacije naizgled teških suma sa razlomcima u oblik koji se jednostavno izračuna, sume prvih n kvadrata i kubova prirodnih brojeva, dokazivanje nejednakosti metodom potpunih kvadrata;
- Geometrija
 - Ljetni kamp: odnos uglova i stranica trougla, vanjski ugao trougla, podudarnost trouglova, srednja linija trougla, trouglovi sa karakterističnim uglovima, odnos centralnog i perifernog ugla, ugao između tangente i tetive (TT ugao);
 - Zimski kamp: ugao nad prečnikom, sličnost trouglova, primjena Pitagorine i Talesove teoreme, uvod u tetivne četverouglove;
- Kombinatorika
 - Ljetni kamp: dokazivanje, shvatanje indirektnog dokaza, problemi minimuma i maksimuma, problemi popločavanja, kombinatorne igre i pobjednička strategija, osnovni principi prebrojavanja (permutacije, varijacije i kombinacije);
 - Zimski kamp: pravljenje optimalnih konstrukcija, problemi minimuma i maksimuma, primjena Dirihleovog principa, zadaci na šahovskoj ploči;
- Teorija brojeva
 - Ljetni kamp: djeljivost cijelih brojeva, rješavanje Diofantovih jednačina, pravilno razmatranje slučajeva, ispravno izvođenje zaključaka;
 - Zimski kamp: neke osobine prostih brojeva, korištenje faktorizacije u rješavanju jednačina, razbijanje zadataka na slučajeve u zavisnosti od ostatka dijeljenja pri nekom broju, rješavanje jednačina pomoću djeljivosti i ograničavanja, rješavanje jednačina svođenjem na kontradikciju po modulu;



Mišljenja smo da gradivo u ovoj grupi mogu pratiti učenici devetog razreda koji su ostvarili odlične rezultate na takmičenjima u osmom razredu, učenici osmog razreda koji su ostvarili izvrsne rezultate na takmičenjima u sedmom razredu, te eventualno neki vanserijski talentovan učenik sedmog (ili mlađeg) razreda. Također, ova grupa je odgovarajuća za učenike prvog razreda srednje škole koji su ostvarivali solidne rezultate ili nisu imali previše iskustva na takmičenjima.

Prema dosadašnjem iskustvu, učenici koji osvajaju značajan broj bodova (preko 45-50%) na testovima u ovoj grupi, u pravilu na takmičenjima ostvaruju:

- 8. razred: izvrsne rezultate, plasman među 5-6 najboljih učenika na federalnom ili među 3 najbolja učenika na republičkom takmičenju;
- 9. razred: odlične rezultate, plasman među najboljih 15 učenika na federalnom ili među 7-8 najboljih učenika na republičkom takmičenju;
- 1. razred: dobre rezultate, visok broj bodova na kantonalnom/regionalnom takmičenju te plasman na federalno/republičko takmičenje;
- 7. razred (ili mlađi): vanserijske rezultate, s lakoćom rješavaju zadatke za svoj uzrast.

Također, učenici iz vrha ove grupe ostvaruju zapažen rezultat na Juniorskoj matematičkoj olimpijadi BiH, ali i Juniorskoj balkanskoj matematičkoj olimpijadi (JBMO) (ukoliko se plasiraju).

Srednja grupa

Oblasti koje se planiraju preraditi tokom godine:

- **Algebra**
 - Ljetni kamp: nejednakost između aritmetičke i geometrijske sredine, dokazivanje nejednakosti koristeći nejednakosti između brojevnih sredina, osnovne osobine polinoma i faktORIZACIJA;
 - Zimski kamp: primjena nejednakosti između brojevnih sredina na različite vrste zadataka, CSB nejednakost, neki trikovi prilikom dokazivanja nejednakosti;
- **Geometrija**
 - Ljetni kamp: osnovne geometrijske konstrukcije, tetivni i tangenti četverouglovi, standardne ideje pri dočrtavanju tačaka, računске geometrije;
 - Zimski kamp: zadaci sa nestandardnim idejama pri dočrtavanju tačaka, primjena sličnosti trouglova, Ojlerova i pripisana kružnica, Ojlerova prava;
- **Kombinatorika**
 - Ljetni kamp: invarijante i monovarijante, osnovni problemi optimizacija, zadaci sa skupovima, turnirski problemi;
 - Zimski kamp: osnove kombinatorne geometrije, binomni koeficijent i binomna formula, princip ekstrema;
- **Teorija brojeva**
 - Ljetni kamp: kongruencije, eksponencijalne jednačine sa cijelim brojevima;
 - Zimski kamp: razne metode ograničavanja, osnovne osobine raspodjele prostih brojeva, uklještenje između dva potpuna stepena, neke osobine relativno prostih brojeva, najveći



zajednički djelilac i primjena, funkcija broja djelilaca prirodnog broja, djelioci prirodnih brojeva;

Prema dosadašnjem iskustvu, učenici osnovnih škola koji osvajaju značajan broj bodova (preko 45-50%) na testovima u ovoj grupi bi, pored izvrsnih rezultata na federalnom/republičkom takmičenju i Juniorskoj matematičkoj olimpijadi BiH, trebali biti konkurentni za srebrnu medalju na JBMO (Junior Balkan Mathematical Olympiad). Učenici prvog (drugog) razreda srednje škole koji osvajaju značajan broj bodova na testovima u ovoj grupi u pravilu ostvaruju odlične (dobre) rezultate na federalnom/republičkom takmičenju.

Napredna grupa

Oblasti koje se planiraju preraditi tokom godine:

- **Algebra**
 - Ljetni kamp: kvadratni trinom, kvadratna jednačina, Vijetova pravila, parametarske jednačine i nejednačine, primjena matematičke indukcije, nestandardna algebra, sistemi jednačina, primjena algebarskih identiteta;
 - Zimski kamp: Vijetova pravila za polinome višeg stepena, osnovne osobine polinoma, polinomi sa cjelobrojnim koeficijentima, kompleksni brojevi, nestandardne nejednakosti;
- **Geometrija**
 - Ljetni kamp: neke pomoćne leme iz geometrije, potencija tačke, osobine koje u potpunosti određuju tačke;
 - Zimski kamp: geometrijsko mjesto tačaka, Čevina i Menelajeva teorema, neke osobine upisane i pripisane kružnice;
- **Kombinatorika**
 - Ljetni kamp: metod bojenja, optimizacije, problemi sa minimumom i maksimumom;
 - Zimski kamp: teorija grafova, teorija igara, pobjednička i gubitnička pozicija, složenija kombinatorna prebrojavanja, primjena matematičke indukcije u kombinatorici;
- **Teorija brojeva**
 - Ljetni kamp: Mala Fermaova i Vilsonova teorema (dokazi i primjene), pojam inverza i potpunog sistema ostataka, polje $\mathbb{Z}_p$;
 - Zimski kamp: metod beskonačnog spusta, Pitagorine trojke, Euklidov algoritam, neke osobine eksponencijalnih kongruencija;

Prema dosadašnjem iskustvu, učenici osnovnih škola koji osvajaju značajan broj bodova (preko 45-50%) na testovima u ovoj grupi bi, pored izrsnih rezultata na federalnom/republičkom takmičenju i Juniorskoj matematičkoj olimpijadi BiH, trebali biti konkurentni za zlatnu medalju na JBMO (Junior Balkan Mathematical Olympiad). Učenici prvog i drugog razreda srednje škole koji osvajaju značajan broj bodova na testovima u ovoj grupi u pravilu ostvaruju odlične rezultate na federalnom/republičkom takmičenju, kao i dobre rezultate na Matematičkoj olimpijadi BiH. Učenici trećeg i četvrtog razreda koji osvajaju značajan broj bodova na testovima u ovoj grupi u pravilu ostvaruju dobar rezultat na federalnom/republičkom takmičenju i Matematičkoj olimpijadi BiH.



Predolimpijska grupa

Oblasti koje se planiraju preraditi tokom godine:

- **Algebra**
 - Ljetni kamp: neprekidnost i nule polinoma, polinomi u polju $\mathbb{Z}_p$, nestandardni zadaci iz algebre, pojam homogenosti i naprednije nejednakosti, nizovi brojeva, rješavanje rekurentnih relacija;
 - Zimski kamp: polinomske jednačine, funkcionalne jednačine;
- **Geometrija**
 - Ljetni kamp: homotetija, teži konstruktivni zadaci, radikalne osi;
 - Zimski kamp: primjena trigonometrije u geometriji, neke naprednije leme u geometriji, drugačije definisanje tačaka;
- **Kombinatorika**
 - Ljetni kamp: prebrojavanje postavljanjem rekurentnih jednačina, kombinatorna geometrija;
 - Zimski kamp: dvostruko prebrojavanje, prebrojavanje konstruisanjem bijekcije;
- **Teorija brojeva**
 - Ljetni kamp: red elementa po modulu, Ojlerova teorema, Kineski teorem o ostacima, osnove kvadratnih ostataka, potencije prostog broja;
 - Zimski kamp: kombinatorna teorija brojeva, funkcionalne jednačine sa elementima teorije brojeva, primitivni korijeni, LTE lema, Ležandrov simbol;

Prema dosadašnjem iskustvu, učenici koji osvajaju značajan broj bodova (preko 45-50%) na testovima u ovoj grupi, pored odličnih rezultata na federalnom/republičkom takmičenju, u pravilu budu konkurentni za ulazak u tim BiH na IMO (International Mathematical Olympiad) i BMO (Balkan Mathematical Olympiad), kao i za osvajanje bronzane medalje na ovim olimpijadama.

Olimpijska grupa

U ovoj grupi nema fiksnog plana, već se prerađuju sljedeće oblasti:

- **Algebra:**
 - osnove analize, osnove linearne algebre, napredne tehnike u dokazivanju nejednakosti, funkcionalne jednačine, polinomi, nestandardna algebra, komplikovane algebarske transformacije, nizovi, Lagranžovi množioci, analitičke metode u funkcionalnim jednačinama;
- **Geometrija:**
 - inverzija i polare, polarna dualnost, involucija, projektivna geometrija, Paskalova, Papusova i Dezargova teorema, spiralna simetrija, računске metode u geometriji (trigonometrija, kompleksni brojevi), granični slučajevi u geometriji, moving points, konfiguracijske geometrije, kompletni četverouglovi;
- **Teorija brojeva:**
 - prsteni, polja, grupe, kvadratni ostaci, eksponencijalne kongruencije, Pelova jednačina, Vieta jumping, polinomi sa cjelobrojnim koeficijentima (ireducibilnost), razne osobine binomnih koeficijenata, razni načini konstrukcije rješenja, analitička teorija brojeva, ciklotomični polinomi;



Udruženje matematičara Kantona Sarajevo
Zmaja od Bosne 33-35, 71000 Sarajevo, Bosna i Hercegovina
E-mail: umks2016@gmail.com **Tel.:** ++ 387 33 279 874
Fax: ++ 387 33 649 342 **ID broj:** 4202191060004
Transakcijski račun: 1610000156600012

- **Kombinatorika:**

- teorija grafova, algoritamske tehnike, različita predstavljanja raznih struktura, npr. permutacija ili particija, vjerovatnoća, primjena linearne algebre u kombinatorici, dvostruko prebrojavanje, funkcije generatriše, aditivna kombinatorika, parcijalno uređeni skupovi;

Smatra se da su učenici iz ove grupe dovoljno matematički zreli da mogu sami učiti iz raznih knjiga ili materijala na internetu.

Prema dosadašnjem iskustvu, učenici koji osvajaju značajan broj bodova (preko 50%) na testovima u ovoj grupi bi, pored odličnih rezultata na federalnom/republičkom takmičenju i Matematičkoj olimpijadi BiH, trebali biti konkurentni za srebrnu medalju na IMO (International Mathematical Olympiad) i BMO (Balkan Mathematical Olympiad).