BILTEN KANTONALNOG TAKMIČENJA IZ MATEMATIKE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA ODRŽANOG 21. I 22. APRILA 2016. GODINE U SARAJEVU

ZADACI ZA KANTONALNO TAKMIČENJE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
21. april 2016. g.

VII RAZRED

1. Odrediti sve prirodne brojeve n takve da vrijedi

$$\frac{2015}{2016} < \frac{n}{n+2} < \frac{2016}{2017}.$$

2. Naći sve parove (a, b) cifara takvih da je jedan od sedmerocifrenih brojeva $\overline{ab2abba}$ i $\overline{2ab0abb}$ djeljiv sa 9, a drugi sa 5 (ne mora biti prvi djeljiv sa 9, a drugi sa 5, moguće je i obrnuto).

3. U trouglu $ABC (AC < BC)$, neka je tačka I presjek simetrala unutrašnjih uglova $\measuredangle CAB = \alpha$ i $\measuredangle ABC = \beta$ (tj. I je centar upisane kružnice trougla ABC), te neka je CD visina tog trougla. Poznato je da vrijedi: $\measuredangle AIB = 125°, \measuredangle DCI = 15°,\ AC = BI$.

a) Odrediti uglove α, β, γ trougla ABC.

b) Dokazati da je $AD = r$, gdje je r poluprečnik upisane kružnice trougla ABC.

4. Na takmičenju je bilo 30 učenika. Radili su 4 zadatka. Svaki zadatak vrijedi 1 bod. Ako učenik ne uradi kompletan zadatak dobija 0 bodova, a ako uradi, dobija 1 bod. Učenici su pokazali zavidno znanje te je svako uradio bar jedan zadatak (tj. niko nije imao 0 bodova). Ispostavilo se da je bilo isto učenika koji su osvojili 2 boda kao i onih koji su osvojili 3 boda. Ako su svi učenici zajedno osvojili 60 bodova, koliko je bilo učenika koji su imali više od 2 boda?

Svaki zadatak vrijedi 25 bodova!
Za izradu zadataka nije dozvoljeno koristiti digitron, već samo geometrijski pribor!
Puno sreće želi vam takmičarska komisija!

ZADACI ZA KANTONALNO TAKMIČENJE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
21. april 2016. g.

VIII RAZRED

1. Izračunati brojeve A i B, te odrediti da li je broj C veći od nule, ako je:

$$A = 1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + 8 + \cdots + 2012 + 2013 - 2014 - 2015 + 2016,$$
$$B = 1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2 + 5^2 - 6^2 - 7^2 + \cdots + 2013^2 - 2014^2 - 2015^2 + 2016^2,$$
$$C = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2012} + \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014} - \frac{1}{2015} + \frac{1}{2016}.$$

2. Da li je moguće da proizvod tri uzastopna prirodna broja bude jednak:

a) 1005?
b) 1000?
c) 990?

Ako je odgovor potvrdan, dovoljno je samo napisati koji su to brojevi, a ako nije, obrazložiti zašto nije.

3. U četverouglu $ABCD$ vrijedi $AB = 3\,cm, BC = 4\,cm, CD = 5\,cm, DA = 6\,cm$ i $\measuredangle ABC = 90°$. Odrediti površinu četverougla $ABCD$.

4. Dato nam je 9 kartica, na prvoj je napisan broj 1, na drugoj 2,..., na zadnjoj 9. Osobama koje sjede za okruglim stolom želimo podijeliti kartice (svakom po jednu) tako da su razlike brojeva na karticama susjednih osoba međusobno različite (posmatra se samo apsolutna vrijednost razlike, tj. ako su npr. osobe sa karticama 3 i 7 jedna do druge, onda je razlika između njih 4, a ne -4).

a) Da li je to moguće ako je za stolom 9 osoba?
b) Da li je to moguće ako je za stolom 8 osoba? Tada jednu karticu (koju god želimo) zadržimo za sebe, a ostale podijelimo osobama za stolom.

Ako je odgovor potvrdan, dovoljno je dati jedan primjer raspodjele kartica, a ako nije, obrazložiti zašto nije.

Svaki zadatak vrijedi 25 bodova!
Za izradu zadataka nije dozvoljeno koristiti digitron, već samo geometrijski pribor!
Puno sreće želi vam takmičarska komisija!

ZADACI ZA KANTONALNO TAKMIČENJE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
22. april 2016. g.

IX RAZRED

5. Ako je k prirodan broj, tada se broj $5k^2 + 2k + 11$ može napisati kao zbir tri kvadrata prirodnih brojeva (jer je $5k^2 + 2k + 11 = (2k-1)^2 + (k+3)^2 + 1^2$). Dokazati sljedeće tvrdnje:

a) Ako je n prirodan broj, onda se broj $(2n+1)^3 - (2n-1)^3$ može napisati kao zbir tri kvadrata prirodnih brojeva.

b) Koristeći tvrdnju pod a) (ili na neki drugi način), dokazati da se broj $101^3 - 1$ može napisati kao zbir 150 kvadrata prirodnih brojeva.

6. Odrediti sve parove (p, q) prostih brojeva takve da vrijedi $p^2 + 16 = q(q-1)$.

7. Dat je jednakokraki trougao ABC $(AC = BC)$ u kojem su uglovi na osnovici AB veći od $60°$. Na kraku BC su izabrane tačke D i E (D je između C i E) takve da vrijedi $\measuredangle CAD = \measuredangle BAE$ i $EA = ED$. Neka je tačka O presjek simetrala unutrašnjih uglova $\measuredangle ADB$ i $\measuredangle ABC$. Izračunati $\measuredangle BOD$.

8. Na jednom skupu našlo se 10 bračnih parova. Pri tome su se neke osobe rukovale. Nijedna osoba se nije rukovala sa svojim bračnim drugom. Poslije toga Amar je svakoj od 19 preostalih osoba postavio pitanje s koliko se osoba rukovala. Dobio je 19 različitih odgovora. S koliko osoba se rukovala Amarova žena?

Svaki zadatak vrijedi 25 bodova!
Za izradu zadataka nije dozvoljeno koristiti digitron, već samo geometrijski pribor!
Puno sreće želi vam takmičarska komisija!

RJEŠENJA ZADATAKA ZA VII RAZRED

1. Imamo:

$$\frac{2015}{2016} < \frac{n}{n+2} \quad /\cdot 2016(n+2) \quad \Leftrightarrow$$
$$2015(n+2) < 2016n \quad \Leftrightarrow$$
$$2015n + 4030 < 2016n \quad \Leftrightarrow$$
$$4030 < n. \quad (9\ bodova)$$

Također, vrijedi:

$$\frac{n}{n+2} < \frac{2016}{2017} \quad /\cdot 2017(n+2) \quad \Leftrightarrow$$
$$2017n < 2016(n+2) \quad \Leftrightarrow$$
$$2017n < 2016n + 4032 \quad \Leftrightarrow$$
$$n < 4032. \quad (9\ bodova)$$

Dakle, $4030 < n < 4032$, pa je jedino rješenje koje zadovoljava uslove zadatka $n = 4031$ $(7\ bodova)$.

2. Broj je djeljiv sa 5 ako mu je zadnja cifra 0 ili 5 $(1\ bod)$, a djeljiv je sa 9 ako mu je zbir cifara djeljiv sa 9 $(1\ bod)$.

Zbir cifara broja $\overline{ab2abba}$ je $3(a+b)+2$ što nikad nije djeljivo sa 3 (jer daje ostatak 2 pri dijeljenju sa 3), pa samim tim ni sa 9. Dakle, ovaj broj nikad nije djeljiv sa 9 , pa on mora biti djeljiv sa 5, a broj $\overline{2ab0abb}$ sa 9. $(10\ bodova)$.

To znači da je $a = 0$ ili $a = 5$. Međutim, $a = 0$ nije moguće jer onda broj $\overline{ab2abba}$ nije sedmocifren. Dakle, $a = 5$ $(2\ boda)$.

Sada mora vrijediti da je zbir cifara broja $\overline{2ab0abb} = \overline{25b05bb}$ djeljiv sa 9, tj. da je broj $12 + 3b$ djeljiv sa 9. Najmanja moguća vrijednost za b je 0, a najveća 9, pa je $12 \leq 12 + 3b \leq 12 + 3 \cdot 9 = 39$. $(6\ bodova)$ Kako su 18,27 i 36 jedini brojevi između 12 i 39 koji su djeljivi sa 9, to imamo $12 + 3b = 18$, odakle je $b = 2$, $12 + 3b = 27$, odakle je $b = 5$, te $12 + 3b = 36$, odakle je $b = 8$.

Dakle, sva rješenja su $(a, b) = \{(5,2), (5,5), (5,8)\}$. $(5\ bodova)$

Napomene:

- Ako učenik ispita slučaj $a = 0$ i dobije rješenja, neće mu se oduzimati bodovi.
- Slučaj da je broj $\overline{ab2abba}$ djeljiv sa 9, a broj $\overline{2ab0abb}$ sa 5 se može odbaciti i drugačije, što će naravno biti uvaženo (ukoliko je tačno).
- U svakom od slučajeva je moguće ispitati sve mogućnosti, što će također naravno biti uvaženo.

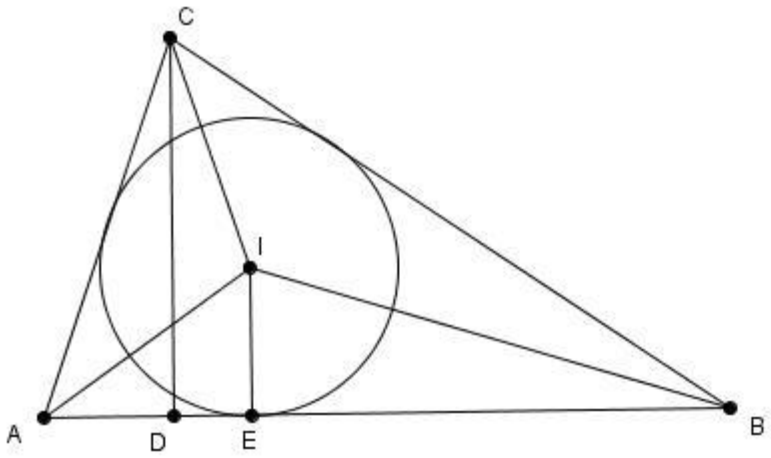
3.

a) Kako je zbir unutrašnjih uglova u trouglu $180°$, iz trougla ABI imamo:

$$\measuredangle BAI + \measuredangle ABI + \measuredangle AIB = 180°,$$
$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + 125° = 180°,$$
$$\alpha + \beta = 110° \ \ (3\ boda).$$

Kako je $\alpha + \beta + \gamma = 180°$, to je $110° + \gamma = 180°$, odakle je $\gamma = 70°\ \ (4\ boda)$.

Kako je I centar upisane kružnice trougla ABC, to je CI simetrala ugla, pa je $\measuredangle ACI = \frac{\measuredangle ACB}{2} = \frac{70°}{2} = 35°\ (2\ boda)$. Zato je $\measuredangle ACD = \measuredangle ACI - \measuredangle DCI = 35° - 15° = 20°$. $(2\ boda)$ Sada je $\alpha = \measuredangle CAD = 90° - ACD = 90° - 20° = 70°, (2\ boda)$, te $\beta = 180° - \alpha - \gamma = 180° - 70° - 70° = 40°\ (2\ boda)$.



b) Neka je E tačka u kojoj upisana kružnica dodiruje stranicu AB. Tada je $\measuredangle IEB = 90°$ i $IE = r\ (2\ boda)$. Kako je $\measuredangle EBI = \frac{\measuredangle ABC}{2} = 20°$, to je $\measuredangle EIB = 70°\ (2\ boda)$. Primijetimo sada da su trouglovi ADC i IEB podudarni po pravilu USU ($\measuredangle DAC = 70° = \measuredangle EIB, AC = BI, \measuredangle ACD = 20° = \measuredangle EBI$), a zbog toga je $AD = IE = r$, što je i trebalo dokazati. $(6\ bodova)$

4. Neka je x broj učenika koji su osvojili 1 bod, y broj učenika koji su osvojili 2 boda, z broj učenika koji su osvojili 4 boda. Po uslovu zadatka je y i broj učenika koji su osvojili 3 boda na takmičenju $(2\ boda)$. Kako je na takmičenju učestvovalo 30 učenika, to je $x + y + y + z = 30$, tj. $x + 2y + z = 30. (*)\ (5\ bodova)$

Učenici koji su osvojili 1 bod (njih x) su zajedno osvojili x bodova, učenici koji su osvojili 2 boda su zajedno osvojili $2y$ bodova, učenici koji su osvojili 3 boda su zajedno osvojili $3y$ bodova, a učenici koji su osvojili 4 boda su zajedno osvojili $4z$ bodova. Zato je $x + 2y + 3y + 4z = 60$, tj. $x + 5y + 4z = 60. (10\ bodova)$ Ako oduzmemo $(*)$ od posljednje jednakosti, dobijamo $x + 5y + 4z - (x + 2y + z) = 60 - 30$, tj. $3(y + z) = 30$, odakle je $y + z = 10$, a to je upravo broj učenika koji su osvojili više od 2 boda (jer je to broj učenika koji su osvojili 3 ili 4 boda). Dakle, 10 učenika je osvojilo više od 2 boda $(8\ bodova)$

RJEŠENJA ZADATAKA ZA VIII RAZRED

1. U svakom od brojeva A, B i C, grupisat ćemo članove u grupe sa po 4 člana, što možemo jer je 2016 djeljivo sa 4.

a) Imamo da je $1-2-3+4=(1-2)+(4-3)=-1+1=0$. Slično je i $5-6-7+8=-1+1=0$. Ovako možemo za svaka naredna četiri člana zaključiti da im je zbir 0, jer je $4k+1-(4k+2)-(4k+3)+(4k+4)=-1+1=0$, pa kako je 2016 djeljivo sa 4, to je i ukupan zbir $A=0$. $(5\ bodova)$

b) Imamo da je $1^2-2^2-3^2+4^2=(1-2)(1+2)+(4-3)(4+3)=-1-2+3+4=4$. Ovako za svaka naredna četiri člana možemo zaključiti da im je zbir 4, jer je $(4k+1)^2-(4k+2)^2-(4k+3)^2+(4k+4)^2=(4k+1-4k-2)(4k+1+4k+2)+(4k+4-4k-3)(4k+4+4k+3)=-4k-1-4k-2+4k+3+4k+4=4$. Sada je $B=\frac{2016}{4}\cdot 4=2016$. $(10\ bodova)$

c) Imamo da je $1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}-\frac{1}{12}>0$. Dokazat ćemo da je uvijek zbir četiri grupisana člana veći od 0. Naime, $\frac{1}{4k+1}-\frac{1}{4k+2}-\frac{1}{4k+3}+\frac{1}{4k+4}=\frac{4k+2-4k-1}{(4k+1)(4k+2)}-\frac{4k+4-4k-3}{(4k+4)(4k+3)}=\frac{1}{(4k+1)(4k+2)}-\frac{1}{(4k+3)(4k+4)}>0$, jer je $(4k+1)(4k+2)<(4k+3)(4k+4)$, pa je $\frac{1}{(4k+1)(4k+2)}>\frac{1}{(4k+3)(4k+4)}$. Sada je jasno da je i $C>0$, jer ga možemo napisati kao zbir pozitivnih brojeva (ako grupišemo članove po četiri). $(10\ bodova)$

Napomena: Brojevi A i B se mogu izračunati i na drugi način, a na drugi način se može i dokazati da je $C>0$, što će se naravno priznavati (pod uslovom da je tačno).

2.

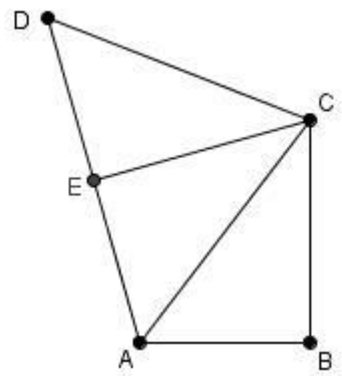
a) Među tri uzastopna prirodna broja postoji barem jedan paran, pa i njihov proizvod mora biti paran, te je zbog toga nemoguće da njihov proizvod bude jednak 1005. $(8\ bodova)$

b) Među tri uzastopna prirodna broja postoji jedan djeljiv sa 3, pa i njihov proizvod mora biti djeljiv sa 3, te je zbog toga nemoguće da njihov proizvod bude jednak 1000, jer 1000 nije djeljivo sa 3. $(9\ bodova)$

c) Moguće je da proizvod tri prirodna broja bude jednak 990, jer je $9\cdot 10\cdot 11=990$. $(8\ bodova)$

Napomena: Zadatak se može uraditi na dosta različitih načina, i naravno da će se priznavati i drugačija rješenja ako budu tačna.

3. Iz Pitagorine teoreme za trougao ABC imamo $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2$, pa je $AC = 5cm. (4\ boda)$ Sada je $P_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = 3 \cdot \frac{4}{2} = 6cm^2. (4\ boda)$



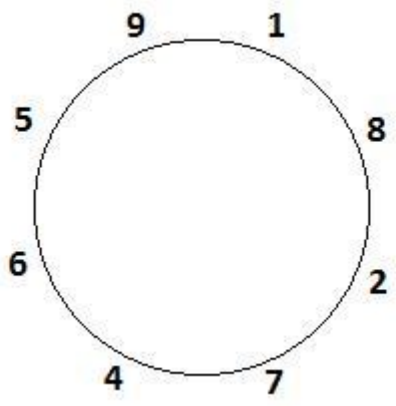
Kako je $AC = CD = 5cm$, to je trougao ACD jednakokraki, pa visina na osnovicu dijeli osnovicu na 2 jednaka dijela. Zato, ako je CE visina trougla CAD, to je $AE = DE = \frac{AD}{2} = \frac{6}{2} = 3cm. (7\ bodova)$ Iz Pitagorine teoreme je $CE^2 = CD^2 - DE^2 = 5^2 - 3^2 = 4^2$, pa je $CE = 4cm. (4\ boda)$ Zbog toga je $P_{ACD} = \frac{AD \cdot CE}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12cm^2\ (4\ boda)$, odakle je $P_{ABCD} = P_{ABC} + P_{BCD} = 6 + 12 = 18cm^2. (2\ boda)$

Napomena: Zadatak se mogao završiti tako što se zaključi da su trouglovi ACE, DCE i ABC podudarni, odakle je $P_{ABCD} = 3 \cdot P_{ABC} = 3 \cdot 6 = 18cm^2$.

4.

a) Nije moguće. Kako ima 9 ljudi, to ima i 9 razlika susjednih brojeva. Međutim, najmanja moguća razlika je 1, dok je najveća moguća razlika jednaka $9 - 1 = 8$. Dakle, imamo 8 mogućnosti za razlike (to su $1,2,\dots,8$), a 9 razlika, pa je nemoguće da su sve razlike međusobno različite. $(14\ bodova)$

b) Da, moguće je. Zadržimo broj 3, a ostale brojeve podijelimo kao na slici.



Tada je $|9 - 1| = 8, |1 - 8| = 7, |8 - 2| = 6, |2 - 7| = 5, |7 - 4| = 3, |4 - 6| = 2, |6 - 5| = 1, |5 - 9| = 4.$ Vidimo da su sve razlike međusobno različite. $(11\ bodova)$

Napomena: Moguće je da postoji još primjera za dio pod b).

1.

a) Imamo:

$$(2n+1)^3-(2n-1)^3=(8n^3+12n^2+6n+1)-(8n^3-12n^2+6n-1)=$$
$$=24n^2+2=(3\ boda)$$
$$=(4n)^2+(2n+1)^2+(2n-1)^2\quad(10\ bodova)$$

b) $101^3-1=101^3-99^3+99^3-97^3+97^3-95^3+\cdots+5^3-3^3+3^3-1^3=$
$(2*50+1)^3-(2*50-1)^3+(2*49+1)^3-(2*49-1)^3+(2*48+1)^3-$
$(2*48-1)^3+\cdots+(2*2+1)^3-(2*2-1)^3+(2*1+1)^3-(2*1-1)^3$

Pod a) smo dokazali da se svaki broj oblika $(2n+1)^3-(2n-1)^3$ može predstaviti kao zbir tri kvadrata prirodnih brojeva, pa se samim tim i broj 101^3-1 može predstaviti kao zbir $50*3=150$ kvadrata prirodnih brojeva. $(12\ bodova)$

2. Imamo da je $p^2+16=q(q-1)$. Pošto je desna strana ove jednakosti parna (od dva uzastopna prirodna broja jedan je paran, pa je i njihov proizvod paran), to mora i lijeva strana biti parna. $(9\ bodova)$ Zaključujemo da p^2 mora biti paran (jer je 16 paran broj), pa samim tim i p, a pošto je jedini paran prost broj 2, to je $p=2.$ $(9\ bodova)$
Tada imamo:

$$q(q-1)=20$$

$$q^2-q=20$$

$$4q^2-4q=80$$

$$(2q-1)^2-1=80$$

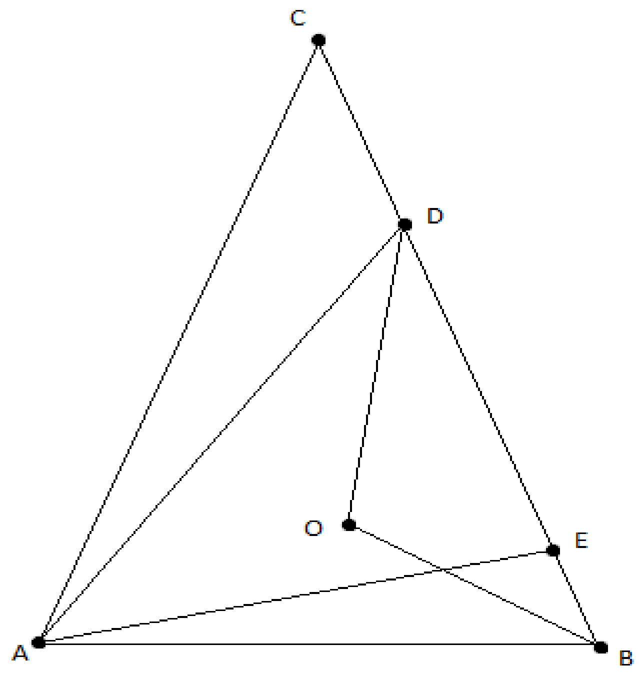
$$(2q-1)^2=81$$

Odavde zaključujemo (pošto je $2q-1>0$) da je $2q-1=9$ tj. $q=5$.
Dakle, jedino rješenje je $p=2$, $q=5$. $(7\ bodova)$

3. Neka je $\measuredangle CAD=\measuredangle BAE=x$. Tada je $\measuredangle EAD=\alpha-2x$. Pošto je $EA=ED$, to je $\measuredangle ADE=\measuredangle EAD=\alpha-2x.$ $(3\ boda)$ Kako je zbir unutrašnjih uglova u trouglu 180°, iz trougla ADB imamo:

$$\measuredangle ABD+\measuredangle DAB+\measuredangle ADB=180°$$
$$\alpha+\alpha-x+\alpha-2x=180°$$
$$3\alpha-3x=180°$$
$$\alpha-x=60°\ (10\ bodova)$$

Zaključujemo da je $\measuredangle DAB=\ \alpha-x=60°$ i $\measuredangle ABD+\measuredangle ADB=120°.$ $(3\ boda)$



Pošto je BO simetrala $\measuredangle ABD$, to je $\measuredangle ABO = \measuredangle OBD = \frac{\measuredangle ABD}{2}$. Slično je i $\measuredangle ODB = \frac{\measuredangle ADB}{2}$.

Tada iz trougla OBD:

$$\measuredangle BOD + \measuredangle OBD + \measuredangle ODB = 180°$$
$$\measuredangle BOD + \frac{\measuredangle ABD}{2} + \frac{\measuredangle ADB}{2} = 180°$$
$$\measuredangle BOD + \frac{\measuredangle ABD + \measuredangle ADB}{2} = 180°$$
$$\measuredangle BOD + \frac{120°}{2} = 180°$$
$$\measuredangle BOD + 60° = 180°$$
$$\measuredangle BOD = 120°. (9\ bodova)$$

4. Jedna osoba se mogla rukovati minimalno sa 0 osoba, a maksimalno sa 18 osoba. To je ukupno 19 mogućih odgovora koje je Amar mogao dobiti, a kako je on dobio 19 različitih odgovora, to je tačno jedna osoba imala 0 rukovanja, tačno jedna osoba jedno rukovanje,...,tačno jedna osoba 18 rukovanja. $(7\ bodova)$ Označimo sa a_o osobu koja se nije rukovala ni sa kim, sa a_1 osobu koja se rukovala sa jednom osobom,..., sa a_{18} osobu koja je imala 18 rukovanja. Osoba a_{18} se rukovala sa svima osim sa samim sobom i svojim bračnim drugom. Međutim, ona se sigurno nije rukovala sa osobom a_0, pa zaključujemo da su a_{18} i a_0 bračni par. $(8\ bodova)$ Osoba a_{17} se rukovala sa svima osim sa samim sobom, svojim bračnim drugom te osobom a_0. Osoba a_1 se rukovala samo sa osobom a_{18}, pa se nije rukovala sa osobom a_{17}, što znači da su a_1 i a_{17} bračni par. $(5\ bodova)$ Nastavljajući ovaj postupak zaključujemo da su a_2 i a_{16} bračni par, a_3 i a_{17} bračni par,...,a_8 i a_{10} bračni par. Ostala je još osoba a_9, pa to mora biti Amarova žena, dakle, ona se rukovala sa 9 osoba. $(5\ bodova)$

KONAČNI REZULTATI

KANTONALNOG TAKMIČENJA IZ MATEMATIKE

No	Razred	Ime i prezime	Škola	Šifra	1Z	2Z	3Z	4Z	∑
1	VII	Adi Hujić	Musa Ćazim Ćatić	8E7778	25	25	14	25	89
2	VII	Haris Imamović	Čengić Vila 1	3V4443	25	25	15	21	86
3	VII	Imana Alibašić	Aleksa Šantić	76U667	25	8	9	25	67
4	VII	Anja Šehovac	KŠC "Sv. Josip"	8R1118	25	25	4	10	64
5	VII	Namik Hadžović	Musa Ćazim Ćatić	56J665	24	25	11	1	61
5	VII	Merdijja Zarean	Đulistan	601116	25	20	15	1	61
7	VII	Esma Kurtović	Čengić Vila 1	R88883	25	25	7	2	59
8	VII	Sibel Hadžimušović	Mehmedalija Mak Dizdar	45E554	24	25	7	0	56
9	VII	Esma Mašić	Grbavica 2	A99991	25	25	0	1	51
9	VII	Esma Jašarević	Mirsad Prnjavorac	955G59	25	14	7	5	51
11	VII	Edin Džakmić	Mirsad Prnjavorac	N99997	25	3	15	2	45
12	VII	Azra Pamuk	Druga osnovna škola	75T557	0	7	15	21	43
13	VII	Anastasija Ferraby	Mirsad Prnjavorac	72P227	25	10	7	0	42
14	VII	Fatih Žgalj	Hamdija Kreševljaković	K99994	0	25	0	16	41
15	VII	Mirza Mulahmetović	Zahid Baručija	933E39	0	8	1	25	34
16	VII	Deni Paralović	Nafija Sarajlić	74S447	25	7	0	0	32
17	VII	Jasmina Strujić	Čengić Vila 1	73R337	3	7	15	2	27
18	VII	Nur Bečirbegović	Međunarodna osnovna škola	54I445	0	25	0	1	26
19	VII	Zahra Tahiraa Šahman	Edhem Mulabdić	65N556	0	25	0	0	25
20	VII	Emir Duvnjak	9. Maj	D66661	0	25	0	0	25
21	VII	Nermin Osmanović	Zahid Baručija	H22221	0	8	15	1	24
22	VII	Edin Duraković	El – Mannar	62K226	0	3	15	5	23
23	VII	Ajdin Hajdarević	Skender Kulenović	42C224	0	8	7	3	18
24	VII	Hatidža Šeko	Mula Mustafa Bašeskija	944F49	0	7	7	1	15
25	VII	Selma Holjan	Druga osnovna skola	199992	0	7	3	4	14
26	VII	Medina Bečić	Đulistan	6D7776	0	7	7	0	14
27	VII	Ivona Jozić	Stari Iljaš	5C7775	0	6	7	0	13
28	VII	Elvir Đulić	6. Mart	2H5552	0	7	3	1	11
29	VII	Ibrahim Emara	El – Mannar	2K1112	0	3	7	0	10
30	VII	Iman Hadžić	Safvet-beg Bašagić	3A7773	0	1	7	0	8
31	VII	Ensar Junuz Čičić	Mula Mustafa Bašeskija	M99996	0	7	0	0	7
32	VII	Asim Šunj	6. Mart	53H335	0	1	0	0	1
33	VII	Abbas Merdan	Podlugovi	844A48	0	0	0	0	0

No	Razred	Ime i prezime	Škola	Šifra	1Z	2Z	3Z	4Z	∑
1	VIII	Azra Alagić	Skender Kulenović	2I4442	15	25	25	25	90
2	VIII	Vedad Hatić	Vrhbosna	36A663	18	21	25	25	89
3	VIII	Hatidža Serdarević	Safvet-beg Bašagić	52G225	2	25	25	25	77
4	VIII	Faruk Imamović	Zahid Baručija	43D334	5	25	25	20	75
5	VIII	Haris Hodžić	6. Mart	5N1115	14	25	25	9	73
6	VIII	Sandro Paradžik	Čengić Vila 1	2J3332	19	25	25	1	70
7	VIII	Mak Mešanović	Isak Samokovlija	64M446	3	21	25	17	66
8	VIII	Asija Fazlić	Peta osnovna škola	2G6662	15	25	21	3	64
9	VIII	Abdullah Ali Gilić	Osma osnovna škola “Amer Ćenanović”	38B883	8	19	25	0	52
10	VIII	Mersid Pilipović	Isak Samokovlija	9T1119	15	10	25	0	50
10	VIII	Mirza Hasović	Osman Nakaš	4M1114	11	20	8	11	50
10	VIII	Merim Tufo	9. Maj	F44441	5	12	8	25	50
13	VIII	Seniha Elcik	Međunarodna osnovna škola	J99993	7	8	25	0	40
14	VIII	Adnan Palalija	Osma osnovna škola “Amer Ćenanović”	E55551	13	25	0	0	38
15	VIII	Ilma Erović	Skender Kulenović	63L336	5	5	25	0	35
16	VIII	Tarik Rahmanović	Osman Nakaš	4B7774	5	0	25	1	31
17	VIII	Ena Karkelja	Zahid Baručija	V88887	5	0	24	0	29
18	VIII	Samra Fejzić	9. Maj	46F664	0	25	0	2	27
19	VIII	Ajla Korman	Mirsad Prnjavorac	3U2223	0	22	5	0	27
20	VIII	Ema Ibrišević	Đulistan	B88881	5	20	0	1	26
21	VIII	Abdullah Ahmedspahić	Podlugovi	C77771	0	0	22	0	22
22	VIII	Dajana Paradžik	Čengić Vila 1	855B58	0	16	0	0	16
23	VIII	Nadira Jugović	Hašim Spahić	82V228	1	0	0	12	13
24	VIII	Maida Grbo	Šejh Muhamed ef. Hadžijamaković	T88885	0	8	0	0	8
25	VIII	Amina Hromić	Mula Mustafa Bašeskija	L99995	5	0	0	0	5

No	Razred	Ime i prezime	Škola	Šifra	1Z	2Z	3Z	4Z	∑
1	IX	Faik Tahirović	Grbavica 2	5N1115	25	25	25	20	95
2	IX	Hana Ćatić	Musa Ćazim Ćatić	AG6666	15	25	25	5	70
3	IX	Vedad Čolaković	Zahid Baručija	ABF333	7	18	18	7	50
4	IX	Nafija Ibrišimović	Đulistan	8E7778	15	25	0	7	47
5	IX	Bakir Bajrović	Isak Samokovlija	AB1111	9	22	0	0	31
6	IX	Adna Ljubović	Edhem Mulabdić	AF5555	13	15	0	3	31
7	IX	Lav Balažev-Samarski	KŠC "Sv. Josip"	ABH555	14	0	8	5	27
8	IX	Bakir Muminović	Osman Nakaš	Z0123A	4	22	0	0	26
9	IX	Hamza Fišek	Đulistan	855B58	15	6	0	5	26
10	IX	Berina Zejnilović	Mehmedalija Mak Dizdar	ABC000	13	0	0	2	15
11	IX	Nejra Šaljić	Pofalići	62K226	13	0	0	1	14
12	IX	Dženana Terzić	Kovačići	E55551	13	0	0	0	13
13	IX	Nermin Obućina	Osman Nakaš	K999AB	3	2	0	5	10
14	IX	Lejla Arapović	Osman Nuri Hadžić	955G59	3	7	0	0	10
15	IX	Nejra Dedović	Osma osnovna škola "Amer Ćenanović"	ABG444	5	2	1	1	9
16	IX	Elvedin Smajić	Četvrta osnovna škola	000ZZZ	3	2	0	0	5
17	IX	Nejla Mirvić-Kituša	Mirsad Prnjavorac	G4413R	3	2	0	0	5
18	IX	Kemal Hadžiabdić	Druga osnovna škola	ABE222	1	2	0	0	3
19	IX	Medina Dobrača	6. Mart	76U667	0	2	0	1	3
20	IX	Faruk Mujić	6. Mart	AI8888	0	2	0	0	2
21	IX	Selma Matoruga	Stari Ilijaš	ABD111	0	2	0	0	2
22	IX	Naida Pita	Edhem Mulabdić	ABL999	1	0	0	1	2
23	IX	Melisa Šarić	9. Maj	ZZZ333	0	0	0	0	0
24	IX	Dženis Mulić	Mirsad Prnjavorac	ABK888	0	0	0	0	0
25	IX	Eman Hasanović	Hamdija Kreševljaković	ZZZ555	0	0	0	0	0

No.	ŠKOLA	Broj takmičara u 7. razredu	Broj takmičara u 8. razredu	Broj takmičara u 9. razredu	Ukupan broj takmičara	Bodovi za prva 3 takmičara u 7. razredu	Bodovi za prva 3 takmičara u 8. razredu	Bodovi za prva 3 takmičara u 9. razredu	Ukupan broj bodova
1	Čengić Vila 1	3	2	0	5	172	86	0	**258**
2	Musa Ćazim Ćatić	2	0	1	3	150	0	70	**220**
3	Zahid Baručija	2	2	1	5	58	104	50	**212**
4	Đulistan	2	1	2	5	75	26	73	**174**
5	Mirsad Prnjavorac	3	1	2	6	138	27	5	**170**
6	Isak Samokovlija	0	2	1	3	0	116	31	**147**
7	Grbavica 2	1	0	1	2	51	0	95	**146**
8	Skender Kulenović	1	2	0	3	18	125	0	**143**
9	Osman Nakaš	0	2	2	4	0	81	36	**117**
10	9. Maj	1	2	1	4	25	77	0	**102**
11	Osma osnovna škola “Amer Ćenanović”	0	2	1	3	0	90	9	**99**
12	KŠC “Sv. Josip”	1	0	1	2	64	0	27	**91**
13	6. Mart	2	1	2	5	12	73	5	**90**
14	Vrhbosna	0	1	0	1	0	89	0	**89**
15	Safvet-beg Bašagić	1	1	0	2	8	77	0	**85**
16	Mehmedalija Mak Dizdar	1	0	1	2	56	0	15	**71**
17	Aleksa Šantić	1	0	0	1	67	0	0	**67**
18	Međunarodna osnovna škola	1	1	0	2	26	40	0	**66**
19	Peta osnovna škola	0	1	0	1	0	64	0	**64**
20	Druga osnovna škola	2	0	1	3	57	0	3	**60**
21	Edhem Mulabdić	1	0	2	3	25	0	33	**58**
22	Hamdija Kreševljaković	1	0	1	2	41	0	0	**41**
23	El – Mannar	2	0	0	2	33	0	0	**33**
24	Nafija Sarajlić	1	0	0	1	32	0	0	**32**
25	Mula Mustafa Bašeskija	2	1	0	3	22	5	0	**27**
26	Podlugovi	1	1	0	2	0	22	0	**22**
27	Stari Ilijaš	1	0	1	2	13	0	2	**15**
28	Pofalići	0	0	1	1	0	0	14	**14**
29	Hašim Spahić	0	1	0	1	0	13	0	**13**
30	Kovačići	0	0	1	1	0	0	13	**13**
31	Osman Nuri Hadžić	0	0	1	1	0	0	10	**10**
32	Šejh Muhamed ef. Hadžijamaković	0	1	0	1	0	8	0	**8**
33	Četvrta osnovna škola	0	0	1	1	0	0	5	**5**
		33	25	25	83	1143	1123	496	2762