20. federalno takmičenje iz matematike
za učenike osnovnih škola

BOSANSKA KRUPA, 23. MAJ 2015.

UMUSK

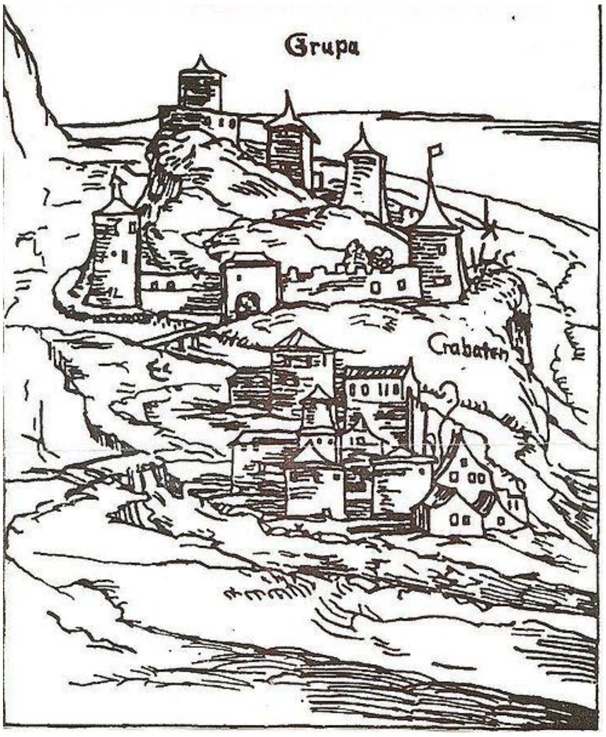
UDRUŽENJE MATEMATIČARA
UNSKO – SANSKOG KANTONA

Bosanska Krupa

Bosanska Krupa je grad i središte istoimene općine u sjeverozapadnom dijelu Bosne i Hercegovine. Smještena je u dolinama rijeka Une i Krušnice. Najveći dio grada razvio se na niskom prevoju između brda Huma i Starog grada na nadmorskoj visini od 176m u proširenom dijelu rijeke Une. Općina Bosanska Krupa graniči s općinama: Bihać, Cazin, Bužim, Bosanski Petrovac, Sanski Most, Bosanski Novi i Krupa na Uni, te Dvor u Republici Hrvatskoj. Rijeka Una, jedna od najljepših rijeka u Bosni i Hercegovini, prolazi kroz centar Bosanske Krupe. Putnim komunikacijama grad je povezan sa Zapadnom i Južnom Evropom. Općina pripada Unsko-sanskom kantonu Federacije Bosne i Hercegovine.

Područje današnje krupske općine bilo je naseljeno još u prethistorijsko doba. Na to podsjećaju lokaliteti zvani Gradine, a kao sigurni dokazi služe materijalni ostaci iz tog vremena. Područje Bosanske Krupe i okoline bilo je periferna teritorija keltsko – ilirskog plemena Japoda. U srednjem vijeku područje današnje bosanskokrupske općine pripadalo je od desetog vijeka župi zvanoj Pset.

Neki historičari smatraju da je današnja Bosanska Krupa u prvo vrijeme nosila ime Pset. U 13. vijeku gubi se ime Pset i prvi put se javlja ime Krupa. U 14. i 15. vijeku krupsko područje bilo je relativno gusto naseljeno.



Od posebnog značaja bile su srednjovjekovne tvrđave koje su služile u ratne svrhe. Za tvrđavu u Bosanskoj Krupi, čiji se ostaci nalaze na brežuljku zvanom Grad, zna se da je postojala u 13. vijeku, ali se ne zna ko je bio njen graditelj. Po legendi ovu tvrđavu ozidala je djevojka Krupana.

Prvi poznati gospodari Krupe i krupske tvrđave bili su već u 13. vijeku feudalci Babonići. Srednjovjekovna Krupa bila je najvažnije mjesto u srednjem Pounju.

U ovom prelijepom krajiškom gradiću smjestila se i JU „Druga osnovna škola“, škola domaćin 20. federalnog takmičenja iz matematike za učenike osnovnih škola.

Dobrodošli u našu školu!

JU „Druga osnovna škola“ je najbrojnija osnovna škola u Općini Bosanska Krupa, u USK-u. Pravni je nasljednik bivše OŠ “Đuro Pucar Stari” osnovane 1979. godine. JU „Druga osnovna škola“ pored Centralne škole, čine i tri područne škole, i to: PŠ „Pilana“, PŠ „Veliki Badić“ i PŠ „Ostružnica“. Centralna škola je smještena u prelijepom prirodnom ambijentu, na ušću Krušnice u Unu, okružena je velikim parkom, što otvara mogućnosti iskoristivosti ovog prirodnog resursa za različite namjene.

Zgrada Centralne škole u Bosanskoj Krupi raspolaže s 20 učionica, salom za tjelesni i zdravstveni odgoj, 8 kabineta, zbornicom, bibliotekom, kabinetom pedagoga, kabinetom direktora, sekretarijatom, prostorijom za individualne razgovore sa roditeljima, prostorijom za pomoćno – tehničko osoblje i sanitarnim čvorom.

Bez obzira na sve prepreke u svakodnevnom radu i organizaciji nastave (između ostalog i učenici JU „Opća gimnazija“ već petu školsku godinu borave u zgradi Centralne škole), opredijeljeni smo da ostvarimo našu viziju. Želimo postati škola prepoznatljiva po svim značajkama savremene konfluentne škole! Kvalitetnim izvođenjem redovne nastave i vannastavnih aktivnosti, poticanjem inovativnih ideja svih činilaca didaktičkog trougla, inkluzivnog karaktera obrazovanja, cjeloživotnog učenja, proširivanjem i jačanjem saradnje sa lokalnom zajednicom, učešćem u različitim projektima bitnim za lokalnu zajednicu, ostvarit ćemo cilj kojem težimo!

Organizator 20. federalnog takmičenja iz matematike za učenike osnovnih škola je Udruženje matematičara Unsko – sanskog kantona. To je strukovno, nevladino, neprofitno, dobrovoljno, vanstranačko udruženje građana kojima je zajednički cilj unapređivanje i promicanje svih aspekata matematičkih nauka, nastave matematike na svim razinama i općenito vaspitno – obrazovne i društvene djelatnosti u području matematike i srodnih disciplina, primjene matematike u drugim disciplinama, kao i unapređivanje položaja matematičara i matematike u cjelini.

Udruženje, čije je sjedište u Bihaću, osnovano je 21.6.2013. godine i ima 198 registrovanih članova.

Bilten s 20. federalnog takmičenja iz matematike za učenike osnovnih škola, sa zadacima, rješenjima i rezultatima će biti objavljen na web stranici Udruženja matematičara Unsko – sanskog kantona www.umusk.com.

Organizaciju i provođenje takmičenja, školi domaćinu JU „Druga osnovna škola" Bosanska Krupa, i organizatoru Udruženju matematičara Unsko – sanskog kantona, su pomogli:

- Općina Bosanska Krupa
- Grad Bihać
- UNDP – Regionalni ured Bihać
- Pedagoški zavod USK
- Bihaćka pivovara d.d., Bihać
- Izdavačka kuća NAM, Tuzla
- Sarajevo Publishing dd, Sarajevo
- Bijelić gradnja d.o.o., Brčko
- JKP JU „10. juli" d.o.o., Bos. Krupa
- Meggle mljekara d.o.o., Bihać
- Ćima commerce d.o.o., Bos. Krupa
- Pekara Veli, Bos. Krupa
- Red computers d.o.o., Bos. Krupa
- BA i HAM d.o.o., Bos. Krupa
- BC gradnja d.o.o., Bos. Otoka
- Vaš dom d.o.o., Cazin
- Đana commerc d.o.o., Bos. Krupa
- Vispak, Visoko
- Velefah d.o.o., Cazin
- Jasminka Pervan, Sarajevo
- Amira Hadžipašić, Bos. Krupa
- Sanela Grošić, Bos. Krupa
- Amela Hodžić, Bos. Krupa
- Esada Sarkić, Bos. Krupa
- Zaposlenici JU „Druga osnovna škola", Bosanska Krupa

SPISAK PRIJAVLJENIH TAKMIČARA U KATEGORIJI VII/9 i VI/8 RAZREDA

Ahmetović Zerina	VII/9	OŠ "Pazar", Tuzla
Ahmetspahić Admir	VII/9	OŠ "Meša Selimović", Sarajevo
Alagić Azra	VII/9	OŠ "Skender Kulenović", Sarajevo
Alibašić Dalila	VII/9	OŠ "25. novembar", Velika Kladuša
Arnaut Belmin	VII/9	OŠ "Orahovica", Donja Orahovica – Gračanica
Avdukić Hana	VII/9	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Breza
Babić Azra	VII/9	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Visoko
Baković Faruk	VII/9	OŠ "Hamdija Kreševljaković", Sarajevo
Basarić Lamija	VI/8	"Druga osnovna škola" Bugojno
Bataković Edvin	VII/9	OŠ "Sead Ćehić", Grahovo - Velika Kladuša
Čalkić Ahmed	VII/9	OŠ "Vladimir Nazor", Zenica
Čaušević Ajdin	VII/9	"Prva osnovna škola", Velika Kladuša
Dedić Elma	VII/9	OŠ "Ćamil Sijarić", Zenica
Djedović Ema	VII/9	OŠ "Kreka", Tuzla
Džafić Selma	VII/9	OŠ "Čelić", Čelić
Galijašević Sara	VII/9	OŠ "Sead Ćehić", Grahovo - Velika Kladuša
Hadžić Larisa	VI/8	"Druga osnovna škola" Bugojno
Halilbegović Merima	VII/9	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Visoko
Hatić Vedad	VII/9	OŠ "Vrhbosna", Sarajevo
Imamović Tarik	VI/8	OŠ "Vitez", Vitez
Jahić Amina	VII/9	OŠ "Pazar", Tuzla
Jašarević Edis	VI/8	OŠ "Mehurići", Mehurići – Travnik
Kosović Alen	VII/9	OŠ "Gornje Prekounje - Ripač", Bihać
Mehanović Adna	VII/9	OŠ "Dr. Safvet-beg Bašagić", Gradačac
Mešanović Mak	VII/9	OŠ "Isak Samokovlija", Sarajevo
Muratović Alem	VII/9	OŠ "Husein ef. Đozo", Goražde
Mursalinova Elina	VII/9	OŠ "Fatima Gunić", Sarajevo
Mutapčić Lejla	VII/9	OŠ "Meša Selimović", Zenica
Nuhić Anis	VII/9	OŠ "Lukavac Grad", Lukavac
Osmić Asja	VII/9	OŠ "Pazar", Tuzla
Pajalić Merima	VII/9	OŠ "Konjodor", Konjodor – Bužim
Paradžik Sandro	VII/9	OŠ "Čengić - Vila 1", Sarajevo
Ratković Meriha	VII/9	OŠ "Husein ef. Đozo", Goražde
Rustempašić Nur	VI/8	"Treća osnovna škola", Bugojno
Saračević Aldin	VII/9	OŠ "Mejdan", Tuzla
Suljkanović Dženita	VII/9	OŠ "Otoka", Bosanska Otoka
Šabanović Hatidža	VI/8	OŠ "Travnik", Travnik
Zirić Haris	VII/9	OŠ "Harmani I", Bihać

SPISAK PRIJAVLJENIH TAKMIČARA U KATEGORIJI VIII/9 i VII/8 RAZREDA

Bajrović Bakir	VIII/9	OŠ "Isak Samokovlija", Sarajevo
Beganović Tarik	VIII/9	OŠ "Cazin II", Cazin
Berkovac Tarik	VIII/9	OŠ "Olovo", Olovo
Biogradlija Lamija	VIII/9	OŠ "Edhem Mulabdić", Zenica
Bobić Nail	VIII/9	"Druga osnovna škola", Bosanska Krupa
Ćatić Hana	VIII/9	OŠ "Musa Ćazim Ćatić", Sarajevo
Dadić Eldar	VII/8	"Treća osnovna škola", Bugojno
Dedović Nejra	VIII/9	"Osma osnovna škola - Amer Ćenanović", Ilidža
Delić Aldina	VIII/9	OŠ "Prokosovići", Prokosovići – Lukavac
Dervišagić Kenan	VIII/9	OŠ "Ivan Goran Kovačić", Gradačac
Dizdarević Abdulah	VIII/9	OŠ "Meša Selimović", Zenica
Dupanović Nimaj	VIII/9	OŠ "Harmani I", Bihać
Efendić Nura	VIII/9	OŠ "Tušanj", Tuzla
Fazlić Amina	VIII/9	OŠ "Pazar", Tuzla
Festić Amnesa	VIII/9	"Prva osnovna škola", Stolac
Gjocaj Hana	VIII/9	"Prva osnovna škola", Velika Kladuša
Grbo Vedad	VIII/9	OŠ "Dr. Safvet-beg Bašagić", Sarajevo
Grcić Šejla	VIII/9	"Druga osnovna škola", Konjic
Hadžić Amar	VIII/9	OŠ "Dr. Safvet-beg Bašagić", Sarajevo
Hrkić Maida	VIII/9	"Prva osnovna škola", Zavidovići
Ibrišimović Nafija	VIII/9	OŠ "Đulistan", Lješevo - Podlugovi – Ilijaš
Jašarspahić Zerina	VIII/9	OŠ "Mula Mustafa Bašeskija", Kakanj
Kalajdžić Muhamed	VIII/9	OŠ "Musa Ćazim Ćatić", Sarajevo
Kandić Elma	VIII/9	OŠ "Hrasno", Sarajevo
Kavazović Muhibija	VIII/9	OŠ "Tušanj", Tuzla
Kenan Fejzić	VIII/9	"Druga osnovna škola", Srebrenik
Klovo Senad	VIII/9	OŠ "Husein ef. Đozo", Goražde
Kurbegović Adna	VII/8	OŠ "Pajić Polje", Gornji Vakuf"
Kurtović Amina	VIII/9	OŠ "Mula Mustafa Bašeskija", Sarajevo
Mičijević Amina	VIII/9	OŠ "Hrasno", Sarajevo
Milić Dženita	VIII/9	OŠ "Mula Mustafa Bašeskija", Sarajevo
Mujkić Amila	VII/8	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Novi Travnik
Musemić Amra	VIII/9	OŠ "Pazar", Tuzla
Omerčević Iman	VIII/9	OŠ "Cazin II", Cazin
Omić Ferid	VIII/9	"Prva osnovna škola", Zavidovići
Osmanović Sara	VIII/9	OŠ "Sveti Franjo", Tuzla
Pehar Mak	VIII/9	OŠ "Novi grad", Tuzla
Perla Ismihana	VIII/9	OŠ "Husein ef. Đozo", Goražde
Podanović Elvedin	VIII/9	OŠ "Poljice", Poljice – Lukavac
Selimović Dženana	VIII/9	"Druga osnovna škola", Živinice
Softić Ajna	VIII/9	OŠ "Dr. Safvet-beg Bašagić", Gradačac
Šabanović Belma	VIII/9	OŠ "Vladislav Skarić", Sarajevo
Tahirović Faik	VIII/9	OŠ "Grbavica II", Sarajevo
Tikveša Medina	VIII/9	"Prva osnovna škola", Stolac
Tutić Ema	VIII/9	OŠ "Husein ef. Đozo", Goražde
Vojić Elma	VIII/9	OŠ "Kulen - Vakuf, Orašac", Kulen – Vakuf
Zejnilović Berina	VIII/9	OŠ "Mehmedalija Mak Dizdar", Sarajevo
Zolota Emina	VIII/9	"Osma osnovna škola - Amer Ćenanović", Ilidža

SPISAK PRIJAVLJENIH TAKMIČARA U KATEGORIJI IX/9 i VIII/8 RAZREDA

Beganović Ilhana	VIII/8	OŠ "Travnik", Travnik
Begić Hamza	IX/9	OŠ "Musa Ćazim Ćatić", Sarajevo
Berkovac Mejra	IX/9	OŠ "Olovo", Olovo
Bešo Amer	VIII/8	OŠ "Travnik", Travnik
Džaka Tarik	IX/9	OŠ "Zahid Baručija", Vogošća
Fejzić Hana	IX/9	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Visoko
Garib Namir	VIII/8	"Prva osnovna škola", Bugojno
Gjocaj Arijana	IX/9	"Prva osnovna škola", Velika Kladuša
Goran Bakir	VIII/8	OŠ "Travnik", Travnik
Grabus Lamija	IX/9	OŠ "Dr. Safvet-beg Bašagić", Sarajevo
Grbić Amina	IX/9	"Druga osnovna škola", Gračanica
Hajdarević Ervin	IX/9	OŠ "Solina", Tuzla
Handžić Emina	IX/9	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Visoko
Hidić Nejla	IX/9	"Prva osnovna škola", Maglaj
Imamović Ahmed	IX/9	OŠ "Kalesija", Kalesija
Imširović Eldar	IX/9	OŠ "Musa Ćazim Ćatić", Zelinja Donja – Gradačac
Jašarević Hamza	IX/9	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Visoko
Kajtaz Ajla	IX/9	"Šesta osnovna škola", Mostar
Karić Amera	IX/9	OŠ "Olovo", Olovo
Keserović Džana	IX/9	"Prva osnovna škola", Velika Kladuša
Kraljević Luka	IX/9	KŠC OŠ "Centar", Sarajevo
Kreho Dženan	IX/9	OŠ "Skender Kulenović", Sarajevo
Larma Martina	IX/9	OŠ "Isak Samokovlija", Sarajevo
Mandžić Šejla	IX/9	OŠ "Kreka", Tuzla
Mehanović Omer Abdulkerim	IX/9	OŠ "Dr. Safvet-beg Bašagić", Gradačac
Mirza Omerčić	IX/9	OŠ "Duboki potok", Duboki Potok – Srebrenik
Murić Adijan	IX/9	OŠ "Tržačka Raštela", Tržačka Raštela – Cazin
Muslić Hana	IX/9	OŠ "Skender Kulenović", Zenica
Mušinbegović Adisa	IX/9	OŠ "Đulistan", Lješevo - Podlugovi – Ilijaš
Osmanović Arnes	IX/9	OŠ "Gornja Orahovica", Gračanica
Osmanspahić Emir	IX/9	OŠ "Husein ef. Đozo", Goražde
Pozderac Admir	IX/9	OŠ "Musa Ćazim Ćatić", Sarajevo
Resulović Amila	IX/9	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Visoko
Silić Ilda	IX/9	OŠ "Cazin I", Cazin
Skelić Lejla	IX/9	"Četvrta osnovna škola", Hrasnica
Smailagić Sead	IX/9	OŠ "Miladije", Tuzla
Smajlović Emina	IX/9	OŠ "Dr. Safvet-beg Bašagić", Sarajevo
Stock Matthias	IX/9	"Prva osnovna škola", Maglaj
Suljić Sabina	IX/9	OŠ "Poljice", Poljice – Lukavac
Šehović Ajla	IX/9	OŠ "Musa Ćazim Ćatić", Sarajevo
Vardo Lejla	IX/9	OŠ "Skender Kulenović", Zenica
Velašević Boris	IX/9	OŠ "Osman Nakaš", Sarajevo
Zukić Nudžejma	VIII/8	OŠ "Travnik", Travnik
Zuko Alen	IX/9	OŠ "Fahrudin Fahro Baščelija", Goražde

UDRUŽENJE MATEMATIČARA UNSKO-SANSKOG KANTONA

UDRUŽENJE MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE
/ BOSNIAN MATHEMATICAL SOCIETY/

UDRUŽENJE MATEMATIČARA UNSKO-SANSKOG KANTONA

56. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BiH
20. FEDERALNO TAKMIČENJE IZ MATEMATIKE
UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
Bosanska Krupa, 23. maj 2015. godine

Z A D A C I

VII/9 i VI/8 razred

1. Odrediti mjere dva suplementna ugla koji se razlikuju za 1'.

2. Jednog dana su učenici u školi organizirali razmjenu voća po sljedećem principu: 11 jagoda su mijenjali za 14 malina, 22 trešnje za 21 malinu, 10 trešanja za 3 banane i 5 krušaka za 2 banane. Koliko će krušaka dati Amila da bi dobila 7 jagoda?

3. Neka je $\overline{AD}$ težišna linija trougla ABC i S njena središnja tačka. Neka je E tačka presjeka pravih AB i CS. Dokazati da je $|\overline{BE}| = 2|\overline{AE}|$.

4. Koji broj treba oduzeti od brojnika i dodati nazivniku razlomka $\frac{\overline{28a3}}{7276}$ da bi se poslije skraćivanja dobio razlomak $\frac{2}{7}$?

5. Na koliko se načina iznos od 2015 KM može isplatiti ako posjedujemo kovanice po 1 KM i novčanice od: 10 KM, 100 KM i 200 KM?

- *Svaki zadatak je vrednovan sa 10 poena.*
- *U toku rada nije dozvoljeno izlaženje iz učionice niti korištenje digitrona i mobitela.*
- *Vrijeme za rad je 180 minuta.*

S R E T N O !

1. I način:

   Neka su ti uglovi α i β. Tada vrijedi:

$$\begin{aligned}\alpha+\beta &= 180^\circ\\ \alpha-\beta &= 1'.\end{aligned}$$

Odavde je $2\alpha = 180^\circ 1' = 180^\circ 60''$, pa je $\alpha = 90^\circ 30''$. Zbog toga je

$$\beta = 180^\circ - 90^\circ 30'' = 179^\circ 59' 60'' - 90^\circ 30'' = 89^\circ 59' 30''.$$

II način: Očito je da se uglovi α i β razlikuju od sredine ugla od 180°, tj. od 90°, za po pola minute, odnosno $30''$. Jedan je veći od 90° za $30''$, tj. iznosi $90^\circ 30''$, a drugi je manji od 90° za $30''$, tj. iznosi $89^\circ 59' 30''$.

2. Iz prvog uvjeta zaključujemo da je $33J = 42M$, a iz drugog da je $42M = 44T$.

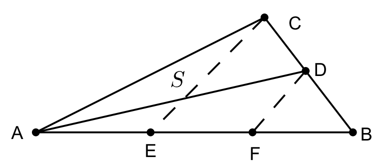
$$\Rightarrow \quad 33J = 44T \quad \Rightarrow \quad 3J = 4T$$

$$\Rightarrow \quad 15J = 20T \quad \Rightarrow \quad 15J = 2\cdot 3B = 6B$$

$$\Rightarrow \quad 5J = 2B$$

   Kako je $5K = 2B$, zaključujemo da je $5J = 5K$, tj. $J = K$, pa je $7J = 7K$. Dobili smo da Amila treba dati 7 krušaka da bi dobila 7 jagoda.

3. Pogledajmo sliku.



Neka je F središte duži $\overline{BE}$. Kako je D središte duži $\overline{BC}$, to je DF srednja linija trougla BCE. Tada je $\overline{DF} \parallel \overline{CE}$. Dakle, $\overline{SE} \parallel \overline{DF}$. Kako je S središte duži $\overline{AD}$ i $\overline{SE} \parallel \overline{DF}$, to je $\overline{SE}$ srednja linija trougla AFD. Tada je E središte duži $\overline{AF}$ pa je $|\overline{AE}| = |\overline{EF}|$. Po konstrukciji tačke F vrijedi $|\overline{EF}| = |\overline{BF}|$. Dakle, $|\overline{AE}| = |\overline{EF}| = |\overline{FB}|$ tj.

$$|\overline{BE}| = |\overline{BF}| + |\overline{FE}| = 2|\overline{EF}| = 2|\overline{AE}|.$$

4. Primjetimo, prvo, da iz $\frac{m}{n} = \frac{2}{7}$ $(m, n \in \mathbb{N})$ slijedi da je $7m = 2n$. Odavde slijedi da $7 \mid n$, pa postoji prirodan broj d takav da je $n = 7d$. Sada imamo da je $7m = 2 \cdot 7d$, tj. $m = 2d$. Dakle, ako je $\frac{m}{n} = \frac{2}{7}$ $(m, n \in \mathbb{N})$, onda je $m = 2d$ i $n = 7d$, $(d \in \mathbb{N})$.

   Neka je x traženi prirodan broj, tj. neka je

$$\frac{\overline{28a3} - x}{7276 + x} = \frac{2}{7}.$$

   Tada, na osnovu naprijed navedenog, postoji prirodan broj d takav da je $\overline{28a3} - x = 2d$ i $7276 + x = 7d$. Sabiranjem ove dvije jednačine dobije se $\overline{28a3} + 7276 = 9d$, tj. $10079 + 10a = 9d$. Odavde imamo $10080 + 9a + a - 1 = 9d$, tj. $a - 1 = 9(d - a - 1120)$. Dakle, broj $a - 1$ je djeljiv sa 9. Kako je a decimalna cifra, to je jedino moguće ako je $a = 1$. Tada je $0 = 9(d - 1 - 1120)$, tj. $d = 1121$. Tada iz $2813 - x = 2d$ slijedi $x = 2813 - 2d = 2813 - 2242 = 571$. Dakle, traženi broj je 571.

5. Iznos od 5KM se može isplatiti samo na 1 način i to koristeći kovanice od 1KM, pa je broj načina da se isplati iznos od 2015KM jednak broju načina da se isplati iznos od 2010KM.

   Ako koristimo samo kovanice od 1KM i novčanice od 10KM, onda se iznos od 2010KM može isplatiti s 0 ili 1 ili 2 ili 3 ili ... ili 201 novčanica od 10KM, tj. na 202 načina.

   Ako koristimo kovanice od 1KM i novčanice od 10KM i 100KM, onda imamo sljedeću situaciju:

   - 0 novčanica od 100KM – tada se, prema prethodnom, iznos od 2010KM može isplatiti, pomoću 1KM i 10KM, na 202 načina,
   - 1 novčanica od 100KM – tada se preostali iznos od 1910KM, analogno prethodnom, može pomoću 1KM i 10KM isplatiti na 192 načina,

- 2 novčanice od 100KM – tada se preostali iznos od 1810KM, analogno prethodnom, može pomoću 1KM i 10KM isplatiti na 182 načina,
- ...
- 20 novčanica od 100KM – tada se preostali iznos od 10KM, analogno prethodnom, može pomoću 1KM i 10KM isplatiti na 2 načina.

Zaključujemo da ako koristimo samo kovanice od 1KM i novčanice od 10KM i 100KM, onda se iznos od 2010KM može isplatiti na

$$2 + 12 + 22 + \cdots + 192 + 202 = 2142$$

načina.

Sada posmatramo upotrebu 1KM, 10KM, 100KM i 200KM, pa analogno prethodno opisanom, imamo sljedeću situaciju:

- 0 novčanica od 200KM – tada se, prema prethodnom, iznos od 2010KM može isplatiti, pomoću 1KM, 10KM i 100KM, na 2142 načina,
- 1 novčanica od 200KM – tada se, prema prethodnom, iznos od 1810KM može isplatiti, pomoću 1KM, 10KM i 100KM, na

  $$2 + 12 + 22 + \cdots + 172 + 182 = 1748$$

  načina,
- 2 novčanice od 200KM – tada se, prema prethodnom, iznos od 1610KM može isplatiti, pomoću 1KM, 10KM i 100KM, na

  $$2 + 12 + 22 + \cdots + 152 + 162 = 1394$$

  načina,
- ...
- 10 novčanica od 200KM – tada se, prema prethodnom, iznos od 10KM može isplatiti, pomoću 1KM, 10KM i 100KM, na 2 načina.

Zaključujemo da ako koristimo samo kovanice od 1KM i novčanice od 10KM, 100KM i 1000KM, onda se iznos od 2010KM može isplatiti na

$$2+36+110+224+378+572+806+1080+1394+1748+2142 = 8492$$

načina.

UDRUŽENJE MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE
/ BOSNIAN MATHEMATICAL SOCIETY/

UDRUŽENJE MATEMATIČARA UNSKO-SANSKOG KANTONA

56. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BiH
20. FEDERALNO TAKMIČENJE IZ MATEMATIKE
UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
Bosanska Krupa, 23. maj 2015. godine

Z A D A C I

VIII/9 i VII/8 razred

1. Svaki od šest kamiona jedne građevinske kompanije je vozio 8 sati i svi zajedno su za to vrijeme potrošili 720 litara nafte. Koliko će nafte potrošiti devet kamiona te kompanije ako svaki od njih vozi po 6 sati? (Podrazumijeva se da je potrošnja goriva ravnomjerna po kamionima i po satima vožnje.)

2. Prodavac je cijenu jedne košulje prvo smanjio za 20%, a zatim je povećao za 10%. Da li ponovo tu cijenu treba da korigira naviše ili naniže i za koliko procenata da bi imao cijenu 10% nižu od prvobitne?

3. Odrediti površinu četverougla $ABCD$ za kojeg znamo sljedeće: dva suprotna ugla su pravi; dvije stranice koje zatvaraju jedan od njih su jednake dužine; zbir dužina druge dvije stranice iznosi 10 cm.

4. Na pijaci jedan prodavac ima lubenice, dinje i klipove mladog kukuruza i prodaje ih na komad. Ukupan broj lubenica, dinja i klipova mladog kukuruza je 239. Jedan je kupac kupio $\frac{2}{3}$ svih lubenica, $\frac{3}{5}$ svih dinja i $\frac{5}{7}$ svih klipova mladog kukuruza. Drugi kupac je kupio $\frac{1}{13}$ svih lubenica, $\frac{1}{4}$ svih dinja i $\frac{1}{5}$ svih klipova mladog kukuruza. Koliko je ukupno komada svega kupio drugi kupac i koliko je prodavac imao na pošetku lubenica, dinja i klipova mladog kukuruza?

5. Zadano je 2015 brojeva koji imaju osobinu da ako se svaki od njih zamijeni zbirom ostalih, dobije se ponovo istih 2015 brojeva. Dokazati da je proizvod svih zadanih brojeva jednak 0.

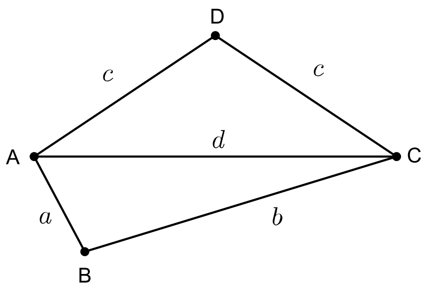
- *Svaki zadatak je vrednovan sa 10 poena.*
- *U toku rada nije dozvoljeno izlaženje iz učionice niti korištenje digitrona i mobitela.*
- *Vrijeme za rad je 180 minuta.*

S R E T N O !

1. Šest kamiona je ukupno radilo 48 sati, dok bi devet kamiona ukupno radilo 54 sata. Broj sati je direktno proporcionalan utrošku nafte, pa vrijedi
$$48 : 54 = 720 : x,$$
odakle je
$$x = \frac{54 \cdot 720}{48} = 810.$$
Dakle, devet kamiona, vozeći po 6 sati, će potrošiti ukupno 810 litara nafte.

2. Neka je polazna cijena x. Nakon sniženja za 20% imamo novu cijenu $x - \frac{20}{100}x = 0,8x$. Zatim se ta nova cijena povećala za 10% i iznosi
$$0,8x + \frac{10}{100} \cdot 0,8x = 0,88x.$$
Cijena koja je 10% niža od prvobitne je $x - \frac{10}{100}x = 0,9x$. Iz ovoga slijedi da novu cijenu $0,88x$ treba povećati da se dobije $0,90x$. Neka je to povećanje $y\%$. Tada je
$$0,88x \cdot \frac{100 + y}{100} = 0,90x,$$
odakle dobijemo
$$\frac{100 + y}{100} = \frac{0,90}{0,88} \Leftrightarrow 1 + \frac{y}{100} \approx 1,0227 \Leftrightarrow y = 100 \cdot 0,0227 \approx 2,27.$$
Dakle, korekcija nove cijene naviše treba da bude za približno 2,27%.

3. Nacrtajmo sliku i uvedimo potrebne oznake.



Neka je $|\overline{AB}| = a$, $|\overline{BC}| = b$, $|\overline{CD}| = |\overline{AD}| = c$ i $|\overline{AC}| = d$.

Iz uvjeta zadatka imamo da vrijedi $a + b = 10$.

Primijenimo li Pitagorin teorem na pravougle trouglove ABC i ACD imamo da vrijedi

$$a^2 + b^2 = d^2 \qquad \text{i} \qquad c^2 + c^2 = d^2.$$

Izjednačimo li te dvije relacije imamo da je

$$a^2 + b^2 = 2c^2.$$

Kako je $a + b = 10$, to nakon kvadriranja dobijamo da je

$$a^2 + 2ab + b^2 = 100 \qquad \Rightarrow \qquad a^2 + b^2 = 100 - 2ab,$$

pa je

$$2c^2 = 100 - 2ab \quad \Rightarrow \quad c^2 = 50 - ab \quad \Rightarrow \quad ab + c^2 = 50.$$

Ako posmatramo površine četverougla $ABCD$, te trouglova ABC i ACD, onda vidimo da je

$$P_{ABCD} = P_{ABC} + P_{ACD} = \frac{ab}{2} + \frac{c^2}{2} = \frac{ab + c^2}{2} = \frac{50}{2} = 25cm^2.$$

4. Neka je broj komada lubenica L, dinja D i mladog kukuruza K. Prema pretpostavci zadatka vrijedi

$$L + D + K = 239.$$

Prvi kupac je kupio

$$\frac{2}{3}L + \frac{3}{5}D + \frac{5}{7}K,$$

a drugi kupac je kupio

$$\frac{1}{13}L + \frac{1}{4}D + \frac{1}{5}K.$$

Kako prodavac prodaje proizvode na komad, to je broj lubenica djeljiv s 3 i 13, broj dinja je djeljiv s 5 i 4, a broj klipova mladog kukuruza je djeljiv sa 7 i 5. Kako je

$$\mathrm{nzd}(3, 13) = \mathrm{nzd}(5, 4) = \mathrm{nzd}(7, 5) = 1,$$

te kako je

$$\mathrm{nzs}(3, 13) = 39, \quad \mathrm{nzs}(5, 4) = 20, \quad \mathrm{nzd}(7, 5) = 35,$$

to je broj lubenica djeljiv s 39, broj dinja je djeljiv s 20 a broj klipova kukuruza je djeljiv s 35. Dakle, imamo da je

$$L = 39x, \qquad D = 20y, \qquad K = 35z, \qquad x, y, z \in \mathbb{N}.$$

Sada imamo

$$39x + 20y + 35z = 239,$$

i vrijedi

$$\begin{aligned} 39x \leq 239 \quad &\Rightarrow \quad x \leq 6, \\ 20y \leq 239 \quad &\Rightarrow \quad y \leq 11, \\ 35z \leq 239 \quad &\Rightarrow \quad z \leq 6. \end{aligned}$$

Zadnja cifra broja $20y$ jednaka je 0, dok je zadnja cifra broja $35z$ jednaka 0 ili 5.

1° Neka je zadnja cifra broja $35z$ jednaka 0. Tada je zadnja cifra broja $20y+35z$ također jednaka 0, pa zaključujemo da zadnja cifra broja $39x$ mora biti jednaka 9. To je moguće samo u slučaju kada je zadnja cifra broja x jednaka 1. Kako je $x \leq 6$, to zaključujemo da je $x = 1$.

Sada imamo da je

$$39 \cdot 1 + 20y + 35z = 239 \;\Rightarrow\; 20y + 35z = 200 \;\Rightarrow\; 4y + 7z = 40.$$

Vidimo da z mora biti paran broj, a kako je $z \leq 6$, to imamo da je $z \in \{2, 4, 6\}$.

$$\begin{array}{lll} z = 2 & \Rightarrow & 4y = 26 \quad (y \notin \mathbb{N}) \\ z = 4 & \Rightarrow & 4y = 12 \quad \Rightarrow \quad y = 3, \\ z = 6 & \Rightarrow & 4y = -2 \quad (y \notin \mathbb{N}). \end{array}$$

Dobili smo da je jedno rješenje

$$(x, y, z) = (1, 3, 4).$$

2° Neka je zadnja cifra broja $35z$ jednaka 5. Tada je zadnja cifra broja $20y+35z$ također jednaka 5, pa zaključujemo da zadnja cifra broja $39x$ mora biti jednaka 4. To je moguće samo u slučaju kada je zadnja cifra broja x jednaka 6. Kako je $x \leq 6$, to zaključujemo da je $x = 6$.

Sada imamo da je

$$39 \cdot 6 + 20y + 35z = 239 \qquad \Rightarrow \qquad 20y + 35z = 5,$$

pa zaključujemo da u ovom slučaju jednačina nema rješenja.

Dobili smo da je jedino rješenje $(x, y, z) = (1, 3, 4)$, tj.

$$L = 39 \cdot 1 = 39, \qquad D = 20 \cdot 3 = 60, \quad K = 35 \cdot 4 = 140.$$

Prodavač je na početku imao 39 lubenica, 60 dinja i 140 klipova mladog kukuruza.

Kako je

$$\frac{1}{13} \cdot 39 + \frac{1}{4} \cdot 60 + \frac{1}{5} \cdot 140 = 3 + 15 + 28 = 46,$$

to zaključujemo da je drugi kupac kupio ukupno 46 komada i to 3 lubenice, 15 dinja i 28 klipova mladog kukuruza.

5. Sa S označimo zbir zadanih 2015 brojeva. Tada se broj a zamjenjuje brojem $b = S - a$. Saberemo li svih tih 2015 jednakosti, dobijamo

$$b_1 + b_2 + \cdots b_{2015} = 2015S - (a_1 + a_2 + \cdots + a_{2015}).$$

Kako je

$$b_1 + b_2 + \cdots b_{2015} = (a_1 + a_2 + \cdots + a_{2015}) = S,$$

to je

$$S = 2015S - S \qquad \Rightarrow \qquad S = 0.$$

Zaključujemo da za svaki broj a postoji, među zadanim brojevima, broj $b = -a$. Na taj način bismo sve zadane brojeve razbili na parove $(a, -a)$, ali zbog neparnosti broja danih brojeva (2015) slijedi da među zadanim brojevima postoji broj a takav da je $a = -a$, tj. $a = 0$, pa je proizvod zadanih brojeva jednak 0.

UDRUŽENJE MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE
/ BOSNIAN MATHEMATICAL SOCIETY/

UDRUŽENJE MATEMATIČARA UNSKO-SANSKOG KANTONA

56. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BiH
20. FEDERALNO TAKMIČENJE IZ MATEMATIKE
UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
Bosanska Krupa, 23. maj 2015. godine

Z A D A C I

IX/9 i VIII/8 razred

1. Ocu je sada 42 godine, a sinu 14 godina. Za koliko godina će otac biti dvostruko stariji od sina?

2. Pokazati da vrijednost izraza

$$A=\frac{(b-c)^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{(c-a)^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{(a-b)^2}{(c-a)(c-b)}$$

ne zavisi od a,b i c.

3. Neka je D središnja tačka stranice $|\overline{BC}|$ trougla ABC. Na stranici $|\overline{AB}|$ uzeta je tačka E, a na stranici $|\overline{AC}|$ uzeta je tačka F tako da je $\angle EDF=90^\circ$. Dokazati da je $|\overline{BE}|+|\overline{CF}|>|\overline{EF}|$.

4. Neka je n prirodan broj i $a=2^n\cdot 7^{n+1}+11$ i $b=2^{n+1}\cdot 7^n+3$.

a) Dokazati da se razlomak $\frac{a}{b}$ ne može skratiti ni s jednim prirodnim brojem različitim od 1.
b) Dokazati da broj $a+b-7$ nije kvadrat ni jednog prirodnog broja ni za jedan prirodni broj n.

5. Dokazati da se pri svakom razbijanju skupa $X=\{1,2,...,9\}$ na dva disjunktna podskupa bar jedan od tih podskupova sadrži tri elementa takva da je suma dva od njih jednaka dvostrukom trećem elementu.

- *Svaki zadatak je vrednovan sa 10 poena.*
- *U toku rada nije dozvoljeno izlaženje iz učionice niti korištenje digitrona i mobitela.*
- *Vrijeme za rad je 180 minuta.*

S R E T N O !

1. Označimo sa x broj godina koje treba da prođu da bi otac bio dvostruko stariji od sina. Tada vrijedi

$$42 + x = 2\,(14 + x)\,,$$

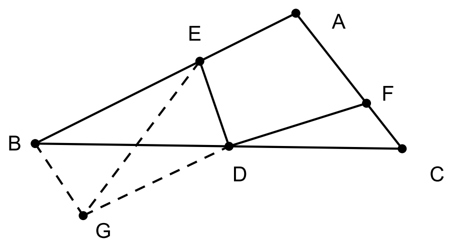
odakle je $x = 14$. Dakle, za 14 godina otac će imati 56 godina, a sin 28 godina i otac će biti dvostruko stariji od sina.

2. Imamo:

$$\begin{aligned}
A &= \frac{(b-c)^2}{(a-b)\,(a-c)} + \frac{(c-a)^2}{(b-c)\,(b-a)} + \frac{(a-b)^2}{(c-a)\,(c-b)} \\
&= \frac{(c-b)^3 + (a-c)^3 + (b-a)^3}{(a-b)\,(b-c)\,(c-a)} \text{ (zbir kubova)} \\
&= \frac{(c-b+a-c)\left[(c-b)^2 - (c-b)\,(a-c) + (a-c)^2\right] + (b-a)^3}{(a-b)\,(b-c)\,(c-a)} \\
&= \frac{(a-b)\,(c^2 - 2bc + b^2 - ac + ab + c^2 - bc + a^2 - 2ac + c^2) + (b-a)^3}{(a-b)\,(b-c)\,(c-a)} \\
&= \frac{(a-b)\,(3c^2 + a^2 + b^2 - 3bc - 3ac + ab) - (a-b)^3}{(a-b)\,(b-c)\,(c-a)} \\
&= \frac{(a-b)\,(3c^2 + a^2 + b^2 - 3bc - 3ac + ab - a^2 + 2ab - b^2)}{(a-b)\,(b-c)\,(c-a)} \\
&= \frac{3c^2 - 3bc - 3ac + 3ab}{(b-c)\,(c-a)} = 3 \cdot \frac{c\,(c-a) - b\,(c-a)}{(b-c)\,(c-a)} = 3 \cdot \frac{(c-a)\,(c-b)}{(b-c)\,(c-a)} \\
&= -3.
\end{aligned}$$

Dakle, izraz A ima konstantnu vrijednost -3, koja ne zavisi od a, b i c.

3. Da bismo mogli usporediti brojeve $\overline{BE} + \overline{CF}$ i $\overline{EF}$, potrebno je konstruisati neke nove duži koje su podudarne dužima $\overline{BE}, \overline{CF}$ i $\overline{EF}$.



U tu svrhu produžimo $\overline{DF}$ preko F do tačke G tako da je $|\overline{GD}| = |\overline{DF}|$, pa kako je još $|\overline{ED}| = |\overline{ED}|$ i $\angle GDE = \angle FDE = 90°$, to su trouglovi DEG i FED podudarni. Odavde slijedi da je $|\overline{EG}| = |\overline{EF}|$. Primjećujemo da trougao BGE sadrži dvije stranice koje su podudarne s $\overline{BE}$ i $\overline{EF}$.

Pokažimo sada da vrijedi $|\overline{FC}| = |\overline{BG}|$. Imamo da je $|\overline{BD}| = |\overline{CD}|$, $|\overline{DG}| = |\overline{DF}|$ i $\angle GDB = \angle FDC$ (unakrsni uglovi), pa vrijedi da su trouglovi DBG i DCF podudarni. Iz te podudarnosti slijedi da je $|\overline{BG}| = |\overline{FC}|$.

Na kraju zaključujemo da je $|\overline{EF}| = |\overline{EG} < |\overline{BE}| + |\overline{BG}| = |\overline{BE}| + |\overline{CF}|$.

4. a) Razlomak $\frac{a}{b}$ se može kratiti nekim brojem ako i samo ako taj broj dijeli $\text{nzd}(a,b)$. Zbog toga odredimo $\text{nzd}(a,b)$.

   Neka je $d = \text{nzd}(a,b)$. Tada je $a = du$ i $b = dv$, pri čemu su u i v relativno prosti prirodni brojevi. Kako je $2a - 7b = 1$, to je

   $$1 = 2du - 7dv = d(2u - 7v).$$

   Odavde slijedi, kako d dijeli desnu stranu da mora dijeliti i lijevu stranu, da $d \mid 1$, pa je $\text{nzd}(a,b) = 1$. To znači da se razlomak može kratiti samo sa prirodnim brojem 1.

   b) Imamo

   $$a+b-7 = 2^n \cdot 7^{n+1} + 11 + 2^{n+1} \cdot 7^n + 3 - 7 = 2^n \cdot 7^n (7+2) + 7 = 9 \cdot 2^n \cdot 7^n + 7.$$

   Ako je $n = 1$, onda je $a + b - 7 = 7 \cdot 19$. Broj $7 \cdot 19$ nije potpun kvadrat.

Pretpostavimo da postoji prirodan broj $n \geq 2$ takav da je broj $a+b-7$ kvadrat nekog prirodnog broja, recimo broja k. Broj 2^n za $n \geq 2$ je djeljiv sa 4, pa broj $9 \cdot 2^n \cdot 7^n$ možemo napisati u obliku $4 \cdot m$, gdje je $m = 9 \cdot 2^{n-2} \cdot 7^n$. Tada je $k^2 = a + b - 7 = 4m + 7$. Ovo je neparan broj, pa je i k^2 neparan broj, a samim tim je i k neparan broj. Neka je $k = 2t + 1$. Tada imamo $4m + 7 = 4t^2 + 4t + 1$, tj. $4m + 6 = 4t(t + 1)$. Dakle, $2m - 2t(t + 1) = -3$. Ovo je nemoguće, jer je razlika bilo koja dva parna prirodna broja paran broj, a u našem slučaju ta razlika je neparan broj 3. Pretpostavka da postoji prirodan broj $n \geq 2$ takav da je $a+b-7$ kvadrat nekog prirodnog broja dovela nas je do kontradikcije, pa nije tačna.

5. Pretpostavimo da tvrdnja nije tačna, tj. da postoje disjunktni podskupovi A i B skupa X takvi da je $X = A \cup B$ i nijedan od skupova A i B ne sadrži tri elementa takva da je suma dva od njih jednaka dvostrukom trećem.

   Broj 5 je u jednom od skupova A i B. Neka je npr. u A. Pretpostavimo da je broj 3 također u A. Kako je $5 + 3 = 8$, to 4 nije u A. Iz $5 + 1 = 6$ slijedi da 1 nije u A. Iz $3 + 7 = 10$ slijedi da 7 nije u A. Dakle, brojevi 4, 1 i 7 pripadaju skupu B. No, 1+7=8 povlači da brojevi 1, 4 i 7 nisu u B. Dobili smo kontradikciju. Dakle, $3 \notin A$, tj. $3 \in B$.

   Na isti način zaključujemo da 7 nije u A, već je u B.

   Ako bi brojevi 4 i 6 bili u A, onda bismo imali 4+6=10, to znači da 4,5,6 ne mogu sva tri biti u A. Zato je bar jedan od brojeva 4 ili 6 u B. Neka je npr. $4 \in B$. Tada je $1 \in A$, jer bi u protivnom za elemente $1, 4, 7 \in B$ vrijedilo $1 + 7 = 8 = 2 \cdot 4$, što je suprotno pretpostavci da ni jedan od skupova A i B nema tu osobinu. Kada bi 2 bilo u B imali bismo 2+4=6, to povlači da bar jedan od brojeva 2, 3 i 4 nije u B. Dakle, 2 nije u B, pa je u A. Kako je $2 + 8 = 10$, to 8 nije u A, pa je 8 u B. Iz $8 + 4 = 12$ slijedi da je $6 \in A$. Iz $9 + 1 = 10$ slijedi da je 9 u B. Dobili smo 7, 8 i 9 u B što je nemoguće jer je $7 + 9 = 16$.

   Pretpostavka da je $4 \in B$ dovela nas je do kontradikcije, pa nije tačna. Na isti način se pokazuje da podatak $6 \in B$ vodi do kontradikcije. Dakle, brojevi 4 i 6 nisu u B, pa su u A. No, tada opet imamo kontradikciju jer je $4 + 6 = 10$. Dakle, pretpostavka da tvrdnja nije tačna dovela nas je do kontradikcije, pa zaključujemo da pretpostavka nije tačna.

KATEGORIJA - VII/9 i VI/8 RAZRED

P	PREZIME I IME	ŠKOLA	1	2	3	4	5	SVE	%	NAGRADA
1	Avdukić Hana	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Breza	10	10	1	10	2	33	66	III nagrada
2	Bataković Edvin	OŠ "Sead Ćehić", Grahovo - Velika Kladuša	10	10	1	10	1	32	64	III nagrada
3	Osmić Asja	OŠ "Pazar", Tuzla	10	10	1	10	0	31	62	III nagrada
3	Paradžik Sandro	OŠ "Čengić - Vila 1", Sarajevo	10	10	1	10	0	31	62	III nagrada
3	Hatić Vedad	OŠ "Vrhbosna", Sarajevo	10	10	1	0	10	31	62	III nagrada
6	Dedić Elma	OŠ "Ćamil Sijarić", Zenica	10	10	2	8	0	30	60	III nagrada
7	Basarić Lamija	"Druga osnovna škola" Bugojno	10	10	1	8	0	29	58	III nagrada
8	Saračević Aldin	OŠ "Mejdan", Tuzla	10	10	1	2	2	25	50	pohvala
9	Arnaut Belmin	OŠ "Orahovica", Donja Orahovica - Gračanica	10	10	1	3	0	24	48	pohvala
9	Hadžić Larisa	"Druga osnovna škola" Bugojno	10	10	1	3	0	24	48	pohvala
11	Alibašić Dalila	OŠ "25. novembar", Velika Kladuša	10	10	1	2	0	23	46	pohvala
11	Čalkić Ahmed	OŠ "Vladimir Nazor", Zenica	10	10	3	0	0	23	46	pohvala
11	Čaušević Ajdin	"Prva osnovna škola", Velika Kladuša	10	1	1	10	1	23	46	pohvala
11	Djedović Ema	OŠ "Kreka", Tuzla	10	10	3	0	0	23	46	pohvala
11	Mehanović Adna	OŠ "Dr. Safvet-beg Bašagić", Gradačac	10	10	1	2	0	23	46	pohvala
16	Alagić Azra	OŠ "Skender Kulenović", Sarajevo	10	1	1	10	0	22	44	
16	Mursalimova Elina	OŠ "Fatima Gunić", Sarajevo	10	10	1	1	0	22	44	
18	Ahmespahić Admir	OŠ "Meša Selimović", Sarajevo	10	9	1	1	0	21	42	
18	Muratović Alem	OŠ "Husein ef. Đozo", Goražde	10	10	0	1	0	21	42	
18	Zirić Haris	OŠ "Harmani I", Bihać	10	10	0	1	0	21	42	
21	Jašarević Edis	OŠ "Mehurići", Mehurići - Travnik	10	2	1	2	4	19	38	
22	Babić Azra	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Visoko	7	10	1	0	0	18	36	
23	Galijašević Sara	OŠ "Sead Ćehić", Grahovo - Velika Kladuša	10	3	1	1	1	16	32	
24	Ahmetović Zerina	OŠ "Pazar", Tuzla	10	2	1	2	0	15	30	
25	Jahić Amina	OŠ "Pazar", Tuzla	10	1	1	2	0	14	28	
25	Nuhić Anis	OŠ "Lukavac Grad", Lukavac	10	2	1	0	1	14	28	
25	Pajalić Merima	OŠ "Konjodor", Konjodor - Bužim	10	2	1	1	0	14	28	
28	Halilbegović Merima	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Visoko	10	1	1	1	0	13	26	
28	Mutapčić Lejla	OŠ "Meša Selimović", Zenica	10	1	1	1	0	13	26	
30	Rustempašić Nur	"Treća osnovna škola", Bugojno	0	10	1	1	0	12	24	
30	Kosović Alen	OŠ "Gornje Prekounje - Ripač", Bihać	10	1	1	0	0	12	24	
32	Šabanović Hatidža	OŠ "Travnik", Travnik	7	1	1	1	0	10	20	
33	Ratković Meriha	OŠ "Husein ef. Đozo", Goražde	6	1	1	1	0	9	18	
33	Suljkanović Dženita	OŠ "Otoka", Bosanska Otoka	7	1	0	1	0	9	18	
35	Džafić Selma	OŠ "Čelić", Čelić	3	1	1	1	0	6	12	
36	Imamović Tarik	OŠ "Vitez", Vitez	3	1	1	0	0	5	10	
36	Mešanović Mak	OŠ "Isak Samokovlija", Sarajevo	1	1	1	1	1	5	10	
38	Baković Faruk	OŠ "Hamdija Kreševljaković", Sarajevo	0	3	1	0	0	4	8	

56. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BIH

20. FEDERALNO TAKMIČENJE IZ MATEMATIKE ZA UČENIKE OSNOVNIH ŠKOLA

BOSANSKA KRUPA 23. maj 2015. godine

KATEGORIJA - VIII/9 i VII/8 RAZRED										
P	**PREZIME I IME**	**ŠKOLA**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**SVE**	**%**	**NAGRADA**
1	Ćatić Hana	OŠ "Musa Ćazim Ćatić", Sarajevo	10	9	10	9	10	48	96	I nagrada
2	Omić Ferid	"Prva osnovna škola", Zavidovići	10	10	3	10	10	43	86	I nagrada
3	Gjocaj Hana	"Prva osnovna škola", Velika Kladuša	10	10	10	10	1	41	82	II nagrada
4	Podanović Elvedin	OŠ "Poljice", Poljice - Lukavac	10	9	10	2	8	39	78	II nagrada
5	Mujkić Amila	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Novi Travnik	10	5	10	10	3	38	76	II nagrada
5	Tahirović Faik	OŠ "Grbavica II", Sarajevo	10	9	2	8	9	38	76	II nagrada
7	Vojić Elma	OŠ "Kulen - Vakuf, Orašac", Kulen - Vakuf	10	6	10	0	10	36	72	II nagrada
7	Biogradlija Lamija	OŠ "Edhem Mulabdić", Zenica	10	4	10	10	2	36	72	II nagrada
9	Zejnilović Berina	OŠ "Mehmedalija Mak Dizdar", Sarajevo	10	4	2	9	10	35	70	II nagrada
10	Bobić Nail	"Druga osnovna škola", Bosanska Krupa	10	4	10	0	10	34	68	III nagrada
11	Grbo Vedad	OŠ "Dr. Safvet-beg Bašagić", Sarajevo	10	1	10	8	0	29	58	III nagrada
12	Mičijević Amina	OŠ "Hrasno", Sarajevo	10	4	2	9	3	28	56	III nagrada
13	Beganović Tarik	OŠ "Cazin II", Cazin	10	4	10	0	2	26	52	pohvala
13	Dizdarević Abdulah	OŠ "Meša Selimović", Zenica	10	3	2	10	1	26	52	pohvala
15	Osmanović Sara	OŠ "Sveti Franjo", Tuzla	10	5	10	0	1	26	52	pohvala
16	Bajrović Bakir	OŠ "Isak Samokovlija", Sarajevo	10	4	10	0	1	25	50	pohvala
17	Efendić Nura	OŠ "Tušanj", Tuzla	10	3	10	0	1	24	48	pohvala
18	Hrkić Maida	"Prva osnovna škola", Zavidovići	10	2	10	0	1	23	46	pohvala
18	Šabanović Belma	OŠ "Vladislav Skarić", Sarajevo	10	4	8	0	1	23	46	pohvala
18	Omerčević Iman	OŠ "Cazin II", Cazin	10	6	5	0	2	23	46	pohvala
21	Kalajdžić Muhamed	OŠ "Musa Ćazim Ćatić", Sarajevo	10	0	0	9	3	22	44	
22	Kavazović Muhibija	OŠ "Tušanj", Tuzla	10	5	2	0	2	19	38	
22	Fejzić Kenan	"Druga osnovna škola", Srebrenik	10	5	2	0	2	19	38	
24	Grcić Šejla	"Druga osnovna škola", Konjic	1	5	10	0	2	18	36	
24	Tikveša Medina	"Prva osnovna škola", Stolac	10	4	2	1	1	18	36	
26	Berkovac Tarik	OŠ "Olovo", Olovo	8	5	2	0	2	17	34	
26	Dadić Eldar	"Treća osnovna škola", Bugojno	10	6	0	0	1	17	34	
26	Fazlić Amina	OŠ "Pazar", Tuzla	10	4	2	0	1	17	34	
29	Dupanović Nimaj	OŠ "Harmani I", Bihać	5	10	0	0	1	16	32	
29	Kandić Elma	OŠ "Hrasno", Sarajevo	10	4	2	0	0	16	32	
31	Dedović Nejra	"Osma osnovna škola - Amer Ćenanović", Ilidža	10	4	0	0	1	15	30	
31	Softić Ajna	OŠ "Dr. Safvet-beg Bašagić", Gradačac	10	1	2	0	2	15	30	
33	Festić Amnesa	"Prva osnovna škola", Stolac	10	0	2	1	1	14	28	
33	Ibrišimović Nafija	OŠ "Đulistan", Lješevo - Podlugovi - Ilijaš	10	1	2	0	1	14	28	
33	Tutić Ema	OŠ "Husein ef. Đozo", Goražde	10	2	2	0	0	14	28	
36	Hadžić Amar	OŠ "Dr. Safvet-beg Bašagić", Sarajevo	10	0	2	0	0	12	24	
36	Jašarspahić Zerina	OŠ "Mula Mustafa Bašeskija", Kakanj	5	5	2	0	0	12	24	
36	Kurtović Amina	OŠ "Mula Mustafa Bašeskija", Sarajevo	10	2	0	0	0	12	24	
36	Milić Dženeta	OŠ "Mula Mustafa Bašeskija", Sarajevo	10	0	0	0	2	12	24	
40	Delić Aldina	OŠ "Prokosovići", Prokosovići - Lukavac	1	0	10	0	0	11	22	
40	Kurbegović Adna	OŠ "Pajić Polje", Gornji Vakuf"	0	1	8	0	2	11	22	
42	Pehar Mak	OŠ "Novi grad", Tuzla	0	7	2	0	1	10	20	
42	Dervišagić Kenan	OŠ "Ivan Goran Kovačić", Gradačac	10	0	0	0	0	10	20	
42	Musemić Amra	OŠ "Pazar", Tuzla	6	4	0	0	0	10	20	
45	Selimović Dženana	"Druga osnovna škola", Živinice	1	4	0	1	2	8	16	
45	Zolota Emina	"Osma osnovna škola - Amer Ćenanović", Ilidža	2	4	0	0	2	8	16	
47	Perla Ismihana	OŠ "Husein ef. Đozo", Goražde	1	0	0	0	0	1	2	

Na Juniorsku matematičku olimpijadu BiH 2015 se plasiralo 10 prvoplasiranih takmičara.

KATEGORIJA - IX/9 i VIII/8 RAZRED

P	PREZIME I IME	ŠKOLA	1	2	3	4	5	SVE	%	NAGRADA
1	Šehović Ajla	OŠ "Musa Ćazim Ćatić", Sarajevo	10	10	0	6	10	36	72	II nagrada
2	Velašević Boris	OŠ "Osman Nakaš", Sarajevo	10	10	0	10	3	33	66	III nagrada
3	Kraljević Luka	KŠC OŠ "Centar", Sarajevo	10	10	1	5	0	26	52	pohvala
3	Skelić Lejla	"Četvrta osnovna škola", Hrasnica	10	10	0	6	0	26	52	pohvala
5	Vardo Lejla	OŠ "Skender Kulenović", Zenica	10	10	0	1	3	24	48	pohvala
5	Garib Namir	"Prva osnovna škola", Bugojno	10	10	0	2	2	24	48	pohvala
7	Zukić Nudžejma	OŠ "Travnik", Travnik	9	2	0	10	2	23	46	pohvala
8	Imamović Ahmed	OŠ "Kalesija", Kalesija	10	9	0	1	2	22	44	
8	Muslić Hana	OŠ "Skender Kulenović", Zenica	10	10	0	0	2	22	44	
8	Osmanspahić Emir	OŠ "Husein ef. Đozo", Goražde	10	1	10	1	0	22	44	
11	Beganović Ilhama	OŠ "Travnik", Travnik	10	10	0	1	0	21	42	
11	Murić Adijan	OŠ "Tržačka Raštela", Tržačka Raštela - Cazin	10	10	0	0	1	21	42	
11	Goran Bakir	OŠ "Travnik", Travnik	10	10	0	1	0	21	42	
14	Smailagić Sead	OŠ "Miladije", Tuzla	10	10	0	0	0	20	40	
14	Stock Matthias	"Prva osnovna škola", Maglaj	10	10	0	0	0	20	40	
16	Grabus Lamija	OŠ "Dr. Safvet-beg Bašagić", Sarajevo	10	2	0	5	2	19	38	
17	Džaka Tarik	OŠ "Zahid Baručija", Vogošća	10	2	0	6	0	18	36	
17	Kreho Dženan	OŠ "Skender Kulenović", Sarajevo	10	6	0	2	0	18	36	
17	Resulović Amila	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Visoko	9	6	0	1	2	18	36	
20	Imširović Eldar	OŠ "Musa Ćazim Ćatić", Zelinja Donja - Gradačac	10	2	0	2	2	16	32	
20	Suljić Sabina	OŠ "Poljice", Poljice - Lukavac	10	2	0	3	1	16	32	
22	Silić Ilda	OŠ "Cazin I", Cazin	10	2	0	1	2	15	30	
23	Pozderac Admir	OŠ "Musa Ćazim Ćatić", Sarajevo	10	1	0	0	3	14	28	
24	Berkovac Mejra	OŠ "Olovo", Olovo	9	2	0	0	2	13	26	
24	Fejzić Hana	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Visoko	10	1	0	0	2	13	26	
24	Gjocaj Arijana	"Prva osnovna škola", Velika Kladuša	10	2	0	1	0	13	26	
24	Hajdarević Ervin	OŠ "Solina", Tuzla	10	0	0	0	3	13	26	
24	Karić Amera	OŠ "Olovo", Olovo	10	2	0	1	0	13	26	
29	Hidić Nejla	"Prva osnovna škola", Maglaj	10	2	0	0	0	12	24	
29	Kajtaz Ajla	"Šesta osnovna škola", Mostar	10	0	0	0	2	12	24	
29	Keserović Džana	"Prva osnovna škola", Velika Kladuša	10	1	0	1	0	12	24	
29	Larma Martina	OŠ "Isak Samokovlija", Sarajevo	10	1	0	1	0	12	24	
29	Mehanović Omer Abdulkerim	OŠ "Dr. Safvet-beg Bašagić", Gradačac	10	2	0	0	0	12	24	
34	Bešo Amer	OŠ "Travnik", Travnik	9	0	0	0	2	11	22	
34	Grbić Amina	"Druga osnovna škola", Gračanica	10	0	0	1	0	11	22	
34	Handžić Emina	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Visoko	10	1	0	0	0	11	22	
34	Jašarević Hamza	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Visoko	10	1	0	0	0	11	22	
34	Osmanović Arnes	OŠ "Gornja Orahovica", Gračanica	10	1	0	0	0	11	22	
34	Smajlović Emina	OŠ "Dr. Safvet-beg Bašagić", Sarajevo	10	1	0	0	0	11	22	
40	Zuko Alen	OŠ "Fahrudin Fahro Baščelija", Goražde	10	0	0	0	0	10	20	
41	Begić Hamza	OŠ "Musa Ćazim Ćatić", Sarajevo	9	0	0	0	0	9	18	
42	Mušinbegović Adisa	OŠ "Đulistan", Lješevo - Podlugovi - Ilijaš	8	0	0	0	0	8	16	

Na Juniorsku matematičku olimpijadu BiH 2015 se plasiralo 10 prvoplasiranih takmičara.