



# JUNIORSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA BOSNE I HERCEGOVINE

## bilten

---

Prirodno-matematički fakultet

Univerziteta u Sarajevu

Sarajevo

27. maja 2017. godine

---

**Organizator takmičenja:**

Udruženje matematičara Kantona Sarajevo

## Sadržaj

Sadržaj	
O takmičenju .....	3
Program takmičenja .....	4
O organizatoru .....	5
<b>Udruženje matematičara Kantona Sarajevo</b> .....	5
O udruženju .....	5
Ciljevi i djelatnosti Udruženja.....	5
<b>Odsjek za matematiku</b> .....	5
Prijavljeni učesnici .....	9
Zadaci .....	10
Rješenja .....	13
Rezultati.....	18
Fotografije.....	19
JBMO 2017.....	23

## O takmičenju

→ Organizator:

- Udruženje matematičara Kantona Sarajevo

**Adresa:** Zmaja od Bosne 33-35, 71000 Sarajevo, Bosna i Hercegovina

**Telefon:** ++ 387 33 279 935

**Fax:** ++ 387 33 649 342

**Predsjednica Udruženja:** Prof. dr. Senada Kalabušić

**E-mail:** [umks2016@gmail.com](mailto:umks2016@gmail.com)

**Kancelarija:** 429/IV

**Web:** [umks.pmf.unsa.ba](http://umks.pmf.unsa.ba)

**Facebook:** [facebook.com/umks2017/](https://facebook.com/umks2017/)

→ Datum: 27.5.2017. godine

→ Mjesto:

- Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Sarajevu (niska zgrada)

**Adresa:** Zmaja od Bosne 33-35, 71000 Sarajevo, Bosna i Hercegovina

## Program takmičenja

**08:00 – 08:15** – Sastanak Centralne takmičarske komisije (PMF, kabinet 408/IV sprat)

**08:00 – 09:30** – Rad Komisije za odabir zadataka (PMF, sala 450/IV sprat)

**do 09:45** – Dokazak učesnika – takmičara i njihovih pratilaca (PMF, Zmaja od Bosne 33 – 35, Sarajevo)

**10:00** – Otvaranje takmičenja (PMF, Amfiteatar „Mladen Deželić“, prizemlje)

**10:30 – 13:30** – Takmičenje GDJE SE RADI?

**13:30 – 18:00** – Pregledanje radova

**oko 18:00** – Neslužbeni rezultati i eventualne žalbe (PMF učionica 419/IV sprat)

**oko 19:00** – Proglašenje rezultata takmičenja (PMF, Amfiteatar „Mladen Deželić“, prizemlje)

## O organizatoru

### Udruženje matematičara Kantona Sarajevo

#### O udruženju

Udruženje matematičara Kantona Sarajevo je nevladino, neprofitno, dobrovoljno, vanstranačko udruženje građana zainteresiranih za unapređivanje svih aspekata matematičkih nauka i njihovih primjena u Kantonu Sarajevo. Ciljevi Udruženja su širenje i unapređivanje svih matematičkih disciplina i njihovih primjena, unapređivanje nastave matematike na svim nivoima obrazovanja, podizanje nivoa stručnih i naučnih znanja članova Udruženja organiziranjem matematičkih konferencija domaćeg i međunarodnog karaktera, stručnih i naučnih predavanja, seminara, savjetovanja, simpozija i razgovora.

#### Ciljevi i djelatnosti Udruženja

- širenje i unapređivanje svih matematičkih disciplina i njihovih primjena u Kantonu Sarajevo,
- unapređivanje nastave matematike na svim nivoima obrazovanja,
- podizanje nivoa stručnih i naučnih znanja članova Udruženja organiziranjem matematičkih konferencija domaćeg i međunarodnog karaktera, stručnih i naučnih predavanja, seminara, savjetovanja, simpozija i razgovora,
- otkrivanje, podsticanje i pomaganje razvoja talenata za matematiku iz reda učenika osnovnih i srednjih škola, te studenata na visokoškolskim ustanovama,
- popularizacija matematičkih nauka i njihove uloge i mjesta u ukupnom društvenom razvoju,
- pripremanje učenika i studenata za takmičenja na svim nivoima,
- organiziranje takmičenja i sudjelovanje u takmičenjima učenika i studenata na svim nivoima,
- izrada elaborata i projekata iz naprijed navedenih oblasti
- štampanje časopisa, udžbenika, priručnika i drugih publikacija iz domena djelovanja Udruženja,
- saradnja sa odgovarajućim organima i sličnim organizacijama u zemlji i inostranstvu radi razmjene informacija i iskustava, organiziranja aktivnosti i poduzimanja mjera kojim se unapređuju matematičke nauke, afirmira njihova uloga i značaj,
- provođenje svih drugih aktivnosti koje bude nametala tekuća praksa,
- saradnja sa Univerzitetom u Sarajevu, njegovim stalnim i pridruženim članicama, kao i sa drugim visokoškolskim ustanovama u i izvan Kantona Sarajevo,
- saradnja sa Ministarstvima obrazovanja svih nivoa vlasti.

### Odsjek za matematiku

Odsjek za matematiku je jedan od pet odsjeka Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta u Sarajevu. Matematika je, inače, prisutna na Univerzitetu u Sarajevu od 1950. godine, kada je formirana Katedra za matematiku u sastavu Prirodno-matematičkog odsjeka Filozofskog fakulteta. 1960. godine Prirodno-matematički odsjek prerasta u Prirodno-matematički fakultet sa 5 odsjeka, među kojima je i Odsjek za matematiku.

Djelatnost Odsjeka za matematiku je dvojaka: obrazovna i naučna. U okviru obrazovne djelatnosti studentima se nude veoma kvalitetni sadržaji iz oblasti **matematike i informatike**.

Studij na Odsjeku za matematiku je organiziran po sistemu 3+2+3 u skladu sa Bolonjskim principima studija, što znači da svi studenti pohađaju obavezne 3 godine studija (odnosno 6 semestara)-I ciklus studija, nakon čijeg uspješnog završetka stižu odgovarajuću diplomu (zavisno od odabranog smjera), nakon čega opcionalno mogu pohađati još 2 godine studija (odnosno 4 semestra)-II ciklusa studija, čiji uspješan svršetak donosi studentima dodatnu diplomu višeg ranga. Studenti koji završe I i II ciklus studija

mogu se upisati na III ciklus studija koji traje 3 godine (6 semestara) čijim uspješnim svršetkom dobije se odgovarajuće zvanje u zavisnosti od odabrane oblasti istraživanja.

Na I ciklusu studija koji traje 3 godine student može da se opredijeli za jedan od sljedećih 5 smjerova:

- Opći smjer
- Primijenjene matematike
- Smjer teorijske kompjuterske nauke
- Nastavnički smjer (Matematika)
- Nastavnički smjer (Matematika i informatika)

Na II ciklusu studija koji traje dvije godine student može da se opredijeli za jedan od sljedeća 4 smjera:

- Opći smjer
- Primijenjene matematike
- Teorijske kompjuterske nauke
- Nastavnički smjer

Nastava na Odsjeku za matematiku organizira se u tri vida:

- Predavanja
- Auditorne vježbe
- Laboratorijske vježbe

Praktičan rad na računarima u računarskim laboratorijama organiziran je u skladu sa najvišim standardima. Tako se striktno poštuje pravilo da svaki student ima obezbjeđeno vlastito radno mjesto, što je rijetkost na drugim fakultetima Univerziteta u Sarajevu.

Mogućnosti zaposlenja za svršene studente Odsjeka za matematiku su brojne, tako da gotovo svi studenti odmah po završetku studija brzo nalaze zaposlenje. Najboljim studentima se nudi mogućnost zaposlenja na Fakultetu kao saradnicima u nastavi (asistentima) na predmetima Odsjeka za matematiku. Studenti nastavnog smjera veoma lako pronalaze zaposlenje kao nastavnici ili profesori matematike i/ili informatike u osnovnim i srednjim školama, s obzirom da je taj kadar deficitaran na području cijele Bosne i Hercegovine. Studentima ostalih smjerova nudi se veliki broj mogućih mjesta gdje mogu naći zaposlenje izvan prosvjete, među kojima ćemo spomenuti samo najznačajnije:

- Banke
- Softverske kuće
- Finansijske ustanove
- Osiguravajući zavodi
- Zavodi za statistiku
- Brojni instituti koji imaju potrebu za matematičkim modeliranjem

Tako, treba napomenuti da značajan broj svršenih studenata Odsjeka za matematiku danas rade kao vodeći stručnjaci u prestižnim softverskim kućama, osiguravajućim zavodima i bankama, kako na području Bosne i Hercegovine, tako i u drugim zemljama. Mnogi od bivših studenata Odsjeka za matematiku uspješno su nastavili postdiplomske i doktorske studije na najprestižnijim univerzitetima širom svijeta.



Cédric Villani, jedan od najboljih matematičara na svijetu u nedavnoj posjeti Prirodno-matematičkom fakultetu.

Osvajač Fieldsve medalje, nagrade koja se smatra Nobelovom nagradom za matematiku.



Škola programiranja u organizaciji Udruženja matematičara Kantona Sarajevo



Jedan od četiri računarska centra na Odsjeku za matematiku.

Uređaj za virtuelnu stvarnost na  
Odsjeku za matematiku.

Osim učenja, stignemo se i zabaviti.



## Prijavljeni učesnici

	IME I PREZIME	ŠKOLA	RAZRED
1	Elizej Kojić	OŠ Ilije Jakovljevića Mostar	8
2	Ana Aurora Matuško	OŠ Kardinala Stepinca Neum	8
3	Ruža Jurić	Prva osnovna škola Bugojno	8
4	Sara Lukić	Prva osnovna škola Bugojno	8
5	Katarina Mikulić	OŠ Marka Marulića Ljubuški, Ljubuški	8
6	Jelena Ivanković	OŠ Ivana Mažuranića, Tomislavgrad	/
7	Matej Pašalić	OŠ Ivana Mažuranića, Tomislavgrad	/
8	Amna Pervić	OŠ "Orašje", Orašje	8
9	Amra Maglajčetović	OŠ "Vladimira Nazora", Odžak	9
10	Jelena Čolak	Gimnazija fra Dominika Mandića Široki Brijeg	1
11	Tarik Čerkezović	Prva OŠ, Živinice	7
12	Tajra Čavčić	OŠ "Skender Kulenović", Sarajevo	7
13	Ema Kurtović	OŠ "Skender Kulenović", Sarajevo	7
14	Boris Stanković	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Visoko	8
15	Naida Purišević	OŠ "Safvet-beg Bašagić", Visoko	8
16	Merdijja Zarean	OŠ "Đulistan", Ilijaš	8
17	Esmā Mašić	OŠ "Grbavica II", Sarajevo	8
18	Imana Alibašić	OŠ "Aleksa Šantić", Sarajevo	8
19	Sara Dautbegović	KŠC "Sveti Pavao", Zenica	8
20	Adi Hujjić	OŠ "Musa Ćazim Ćatić", Sarajevo	8
21	Alen Hodžić	OŠ "Ključ", Ključ	8
22	Namik Hadžović	OŠ "Musa Ćazim Ćatić", Sarajevo	8
23	Aldin Saračević	OŠ "Mejdan", Tuzla	9
24	Ahmed Čalkić	OŠ "Vladimir Nazor", Zenica	9
25	Zerina Ahmetović	OŠ "Pazar", Tuzla	9
26	Ajdin Čaušević	OŠ "Prva osnovna škola", Velika Kladuša	9
27	Adin Dajdžić	OŠ "Lukavac Grad", Lukavac	9
28	Nur Rustempašić	Treća osnovna škola, Bugojno	9
29	Amel Ridžal	Treća osnovna škola, Bugojno	9
30	Sandro Paradžik	OŠ "Čengić Vila I", Sarajevo	9
31	Hanka Goralija	OŠ "M. M. Bašeskija", Visoko	9
32	Filip Lalović	OŠ "Sveti Sava", I.N.Sarajevo	8
33	Marko Vučić	OŠ "Aleksa Šantić", Banja Luka	8
34	Sava Milinović	OŠ "Branko Radičević", Banja Luka	8
35	Jovan Vuković	OŠ "Georgi Stojkov Rakovski", Banja Luka	8
36	Nataša Savić	OŠ "Risto Proroković", Nevesinje	8
37	Miloš Pavlović	OŠ "Vuk Karadžić", Vlasenica	8
38	Marko Dimitrić	OŠ "D. Maksimović", Trn	8
39	Marko Jojić	OŠ "Ivo Andrić", Banja Luka	9
40	Dajana Erić	OŠ "Sveti Sava", Bijeljina	9
41	Aleksa Sibinović	OŠ "Branko Čopić", Banja Luka	9
42	Dimitrije Dobrota	OŠ "Sveti Sava", Foča	9
43	Aleksa Turnić	OŠ "Jovan Jovanović Zmaj", Trebinje	9
44	Aleksej Vučić	OŠ "Georgi Stojkov Rakovski", Banja Luka	9
45	Dalibor Maksimović	OŠ "Knez Ivo od Semberije", Bijeljina	9
46	Aleksandra Jeremić	OŠ "Sveti Sava", Modriča	9

## Zadaci

Jezik: bosanski

**Zadatak 1.** Odrediti sve trocifrene brojeve  $\overline{xyz}$  ( $x, y, z$  su cifre) za koje vrijedi

$$\overline{xyz} = x + y + z + xy + yz + xz + xyz.$$

**Zadatak 2.** Dat je skup  $A = \{1, 2, 3, \dots, 2017\}$ . Podskup  $S$  skupa  $A$  zovemo *dobar* ako za sve  $x \in S$  suma preostalih elemenata skupa  $S$  ima posljednju cifru kao i broj  $x$ . Dokazati da ne postoji dobar podskup  $S$  sa 405 elemenata.

**Zadatak 3.** Posmatrajmo trougao  $ABC$  takav da je ugao kod vrha  $B$  jednak  $90^\circ$ . Označimo sa  $I$  centar upisane kružnice, te neka su  $F, D$  i  $E$  tačke gdje upisana kružnica dodiruje stranice  $AB, BC$  i  $AC$ , redom. Ukoliko se  $CI$  i  $EF$  sijeku u  $M$  i ukoliko se  $DM$  i  $AB$  sijeku u  $N$ , dokazati da je

$$AI = ND.$$

**Zadatak 4.** U svako polje tabele  $5 \times 5$  upisan je prirodan broj od 1 do 5 tako da se svaki broj pojavljuje tačno jednom u svakoj koloni i svakom redu. Broj u nekom redu i koloni se naziva *dobro pozicioniranim*, ukoliko zadovoljava naredne uslove:

- U tom redu, svi brojevi lijevo od dobro pozicioniranog broja su manji od njega, a svi brojevi desno su veći od njega, ili obrnuto.
- U toj koloni, svi brojevi ispod dobro pozicioniranog broja su manji od njega, a svi brojevi iznad su veći od njega, ili obrnuto.

Koji je maksimalan broj dobro pozicioniranih brojeva koje možemo smjestiti u tabelu?

**Zadatak 1.** Odrediti sve troznamenkaste brojeve  $\overline{xyz}$  ( $x, y, z$  su znamenke) za koje vrijedi

$$\overline{xyz} = x + y + z + xy + yz + xz + xyz.$$

**Zadatak 2.** Dan je skup  $A = \{1, 2, 3, \dots, 2017\}$ . Podskup  $S$  skupa  $A$  zovemo *dobar* ako za sve  $x \in S$  zbroj preostalih elemenata skupa  $S$  ima posljednju znamenku kao i broj  $x$ . Dokazati da ne postoji dobar podskup  $S$  sa 405 elemenata.

**Zadatak 3.** Posmatrajmo trokut  $ABC$  takav da je kut kod vrha  $B$  jednak  $90^\circ$ . Označimo sa  $I$  središte kružnice upisane trokutu  $ABC$ , te neka su  $F, D$  i  $E$  točke gdje ta kružnica dodiruje stranice  $\overline{AB}, \overline{BC}$  i  $\overline{AC}$ , redom. Ukoliko se  $\overline{CI}$  i  $\overline{EF}$  sijeku u  $M$  i  $\overline{DM}$  i  $\overline{AB}$  sijeku u  $N$ , dokazati da je

$$|AI| = |ND|.$$

**Zadatak 4.** U svako polje tabele  $5 \times 5$  upisan je prirodan broj od 1 do 5 tako da se svaki broj pojavljuje točno jednom u svakom stupcu i svakom retku. Broj u nekom retku i stupcu se naziva *dobro pozicioniranim*, ukoliko zadovoljava slijedeće uvjete:

- U tom retku, svi brojevi lijevo od dobro pozicioniranog broja su manji od njega, a svi brojevi desno su veći od njega, ili obrnuto.
- U tom stupcu, svi brojevi ispod dobro pozicioniranog broja su manji od njega, a svi brojevi iznad su veći od njega, ili obrnuto.

Koji je maksimalan broj dobro pozicioniranih brojeva koje možemo smjestiti u tabelu?

**Задатак 1.** Одредити све троцифрене бројеве  $\overline{xyz}$  ( $x, y, z$  су цифре) за које вриједи

$$\overline{xyz} = x + y + z + xy + yz + zx + xyz$$

**Задатак 2.** Дат је скуп  $A = \{1, 2, \dots, 2017\}$ . За подскуп  $S$  скупа  $A$  кажемо да је *добар*, ако за све  $x \in S$  сума преосталих елемената скупа  $S$  има посљедњу цифру као и број  $x$ . Доказати да не постоји добар подскуп  $S$  који има 405 елемената.

**Задатак 3.** Нека је  $ABC$  правоугли троугао са правим углом код тјемена  $B$ . Нека је  $I$  центар уписане кружнице тог троугла и нека су  $F, D$  и  $E$  тачке у којима кружница уписана у троугао додирује странице  $AB, BC$  и  $CA$ , редом. Нека се праве  $CI$  и  $EF$  сијекну у тачки  $M$ , а праве  $DM$  и  $AB$  сијекну у тачки  $N$ . Доказати да је  $AI = ND$ .

**Задатак 4.** У свако поље табеле  $5 \times 5$  уписан је природан број од 1 до 5 тако да се сваки број појављује тачно једном у сваком реду и свакој колони. Број у неком реду називамо *добро позиционираним*, уколико задовољава сљедеће услове:

- У том реду, сви бројеви лијево од добро позиционираног броја су мањи од њега, а сви бројеви који су десно су већи од њега или обрнуто.
- У тој колони, сви бројеви испод позиционираног броја су мањи од њега, а сви бројеви који су изнад су већи од њега или обрнуто.

Који је максималан број добро позиционираних бројева који можемо смјестити у табелу?

## Rješenja

**Zadatak 1.** Odrediti sve trocifrene brojeve  $\overline{xyz}$  ( $x, y, z$  su cifre) za koje vrijedi

$$\overline{xyz} = x + y + z + xy + yz + xz + xyz.$$

**Rješenje.** Rastavimo broj  $\overline{xyz} = 100x + 10y + z$ . Tada uslov zadatka postaje

$$100x + 10y + z = x + y + z + xy + yz + xz + xyz.$$

Na osnovu toga je

$$99x + 9y = xy + yz + xz + xyz.$$

Sada imamo

$$99x + 9y - xy = z(x + y + xy).$$

Iz toga je

$$z = \frac{99x + 9y - xy}{x + y + xy}.$$

Kako je  $z$  cifra, mora biti  $z \leq 9$ . Samim tim, mora biti

$$\frac{99x + 9y - xy}{x + y + xy} \leq 9.$$

Ovo možemo pisati kao

$$99x + 9y - xy \leq 9x + 9y + 9xy.$$

$$90x \leq 10xy.$$

$$9 \leq y.$$

Kako je  $y$  cifra, mora biti  $y = 9$ . Uvrštavajući u  $z = \frac{99x + 9y - xy}{x + y + xy}$ , dobijamo

$$z = \frac{90x + 81}{10x + 9} = 9.$$

Dakle,  $z = 9$ . Ostaje da odredimo  $x$ . Vratimo se u početnu jednakost

$$x + y + z + xy + yz + xz + xyz = 100x + 10y + z.$$

Uvrštavajući  $y = z = 9$  dobijamo

$$x + 9 + 9 + 9x + 81 + 9x + 81x = 100x + 90 + 9.$$

$$100x + 99 = 100x + 99.$$

Dakle, ova jednakost vrijedi za svako  $x$ , pa su traženi brojevi

$$199, 299, 399, 499, 599, 699, 799, 899, 999.$$

**Zadatak 2.** Dat je skup  $A = \{1, 2, 3, \dots, 2017\}$ . Podskup  $S$  skupa  $A$  zovemo *dobar* ako za sve  $x \in S$  suma preostalih elemenata skupa  $S$  ima posljednju cifru kao i broj  $x$ . Dokazati da ne postoji dobar podskup  $S$  sa 405 elemenata.

**Rješenje.** Pretpostavimo da postoji dobar podskup  $S$  sa 405 elemenata. Neka je

$$S = \{a_1, a_2, \dots, a_{405}\}$$

dobar podskup. Neka je  $Z$  suma elemenata skupa  $S$ . Tada je

$$Z - a_i \equiv a_i \pmod{10},$$

za sve  $i = 1, 2, \dots, 405$ . Dakle

$$Z \equiv 2a_i \pmod{10}.$$

Ako saberemo ovih 405 kongruencija, dobijamo

$$405 \cdot Z \equiv 2 \cdot Z \pmod{10}.$$

$$403 \cdot Z \equiv 0 \pmod{10}.$$

Kako su 403 i 10 relativno prosti, imamo da je  $Z \equiv 0 \pmod{10}$ .

Na osnovu toga je  $2a_i \equiv 0 \pmod{10}$ , za sve  $i = 1, 2, \dots, 405$ . Iz toga je  $a_i \equiv 0 \pmod{10}$  ili  $a_i \equiv 5 \pmod{10}$ . Međutim, u skupu  $A$  imamo 201 član koji se završava sa 0 i 202 člana koji se završavaju sa 5. Kontradikcija.

**Zadatak 3.** Posmatrajmo trougao  $ABC$  takav da je ugao kod vrha  $B$  jednak  $90^\circ$ . Označimo sa  $I$  centar upisane kružnice, te neka su  $F, D$  i  $E$  tačke gdje upisana kružnica dodiruje stranice  $AB, BC$  i  $AC$ , redom. Ukoliko se  $CI$  i  $EF$  sijeku u  $M$  i ukoliko se  $DM$  i  $AB$  sijeku u  $N$ , dokazati da je

$$AI = ND.$$

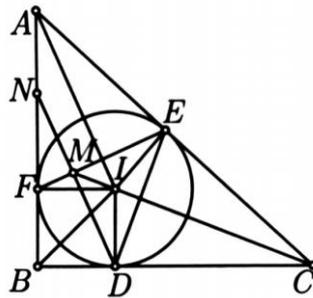
**Rješenje.** Trougao  $AFE$  je jednakokrak ( $AE = AF$ ) i kako je  $AI$  okomito na  $FE$  imamo  $\angle AEF = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ . Slično dobijemo da je  $\angle DEC = 90^\circ - \frac{\gamma}{2}$ . Sada je

$$\angle MED = 180^\circ - \angle AEF - \angle DEC = 180^\circ - \left(180^\circ - \frac{\alpha + \gamma}{2}\right) = 45^\circ. (1)$$

Kako je  $\triangle MDC \cong \triangle MEC$ , dobijamo da je

$$MD = ME. (2)$$

Iz (1) i (2) slijedi da je trougao  $MED$  jednakokrako pravougli. Iz ovoga slijedi da je  $DN$  okomito  $EF$ , a kako je i  $AI$  okomito na  $EF$ , to je  $DN \parallel AI$ . Kako je i  $AN \parallel ID$ , zaključujemo da je četverougao  $ANDI$  paralelogram. Iz toga je očigledno  $AI = ND$ .



**Zadatak 4.** U svako polje tabele  $5 \times 5$  upisan je prirodan broj od 1 do 5 tako da se svaki broj pojavljuje tačno jednom u svakoj koloni i svakom redu. Broj u nekom redu i koloni se naziva *dobro pozicioniranim*, ukoliko zadovoljava naredne uslove:

- U tom redu, svi brojevi lijevo od dobro pozicioniranog broja su manji od njega, a svi brojevi desno su veći od njega, ili obrnuto.
- U toj koloni, svi brojevi ispod dobro pozicioniranog broja su manji od njega, a svi brojevi iznad su veći od njega, ili obrnuto.

Koji je maksimalan broj dobro pozicioniranih brojeva koje možemo smjestiti u tabelu?

**Rješenje.** Konstruišemo rješenje sa 5 dobro pozicioniranih brojeva.

1	2	4	3	5
3	4	5	1	2
2	1	3	5	4
4	5	1	2	3
5	3	2	4	1

Uočimo da broj 3 može biti dobro pozicioniran samo ukoliko se nalazi u centralnom polju. Također, brojevi 1 i 5 mogu biti dobro pozicionirani samo u ugaonim poljima table. Slično, za 2 i 4 možemo zaključiti da mogu biti dobro pozicionirani samo ukoliko se nalaze na ispod označenim poljima.


Dokažimo da je ukupan broj dobro pozicioniranih jedinica i dvojki zajedno je najviše 2. Ako imamo broj 2 na jednom od četiri označena polja, jasno je da broj 2 može biti samo na još jednom od ova četiri polja (dijagonalno označeno polje). Ako bi se broj 2 nalazio i na tom polju, onda su u svim vrstama i kolonama u kojima se nalaze dobro pozicionirani brojevi 2 određena polja i za brojeve 1, kao u primjeru na slici ispod.

	1			
1	2			
			2	1
			1	

Iz ovoga slijedi da broj 1 ne može biti dobro pozicioniran, jer se ne može nalaziti ni u jednom ugaonom polju. Ako bi imali jedan dobro pozicioniran broj 2, imali bi mogućnost za jedan dobro pozicioniran broj 1, kao na slici ispod.

	1			
1	2			
				1

Očigledno je da ako nemamo dobro pozicioniranih brojeva 2, tada možemo imati maksimalno dvije dobro pozicionirane jedinice.

Isto tvrđenje važi i za pozicioniranje brojeva 4 i 5. Iz ovoga zaključujemo da možemo imati najviše 5 dobro pozicioniranih brojeva.

## Rezultati

R. br.	Ime i prezime	1	2	3	4	Ukupno	Plasman
1	Marko Jojić	8	10	10	3	31	1
2	Aldin Saračević	4	10	10	0	24	2
3	Ahmed Čalkić	10	10	0	3	23	3
4	Boris Stanković	10	7	4	0	21	4
5	Sandro Paradžik	10	8	0	2	20	5
6	Dalibor Maksimović	2	5	10	0	17	6
7	Aleksandra Jeremić	1	0	10	4	15	7
8	Ajdin Čaušević	6	1	4	0	11	8
9	Adin Dajdžić	10	0	0	1	11	8
10	Imana Alibašić	10	1	0	0	11	8
11	Namik Hadžović	10	0	0	0	10	11
12	Marko Dimitrić	2	2	2	3	9	12
13	Jovan Vuković	2	0	1	6	9	12
14	Nur Rustempašić	1	0	0	6	7	14
15	Amel Ridžal	3	0	0	3	6	15
16	Sava Malinović	4	1	1	0	6	15
17	Alen Hodžić	3	0	0	2	5	17
18	Adi Hujić	2	0	3	0	5	17
19	Dimitrije Dobrota	0	0	0	4	4	19
20	Aleksa Turnić	3	0	1	0	4	19
21	Aleksa Sibinović	1	1	0	2	4	19
22	Hanka Goralija	2	0	1	0	3	22
23	Aleksej Vučić	1	0	2	0	3	22
24	Naida Purišević	2	0	1	0	3	22
25	Jelena Čolak	2	0	0	1	3	22
26	Amna Pervić	0	0	0	3	3	22
27	Marko Vučić	1	0	1	1	3	22
28	Esma Mašić	0	2	1	0	3	22
29	Ema Kurtović	0	0	2	0	2	29
30	Zerina Ahmetović	2	0	0	0	2	29
31	Nataša Savić	2	0	0	0	2	29
32	Dajana Erić	1	0	0	1	2	29
33	Filip Lalović	1	0	1	0	2	29
34	Tajra Čavčić	1	0	0	0	1	34
35	Sara Dautbegović	0	0	1	0	1	34
36	Ruža Jurić	0	0	1	0	1	34
37	Miloš Pavlović	1	0	0	0	1	34
38	Katarina Mikulić	1	0	0	0	1	34
39	Tarik Čerkezović	1	0	0	0	1	34
40	Elizej Kojić	0	0	0	0	0	40
41	Ana Aurora Matuško	0	0	0	0	0	40
42	Sara Lukić	0	0	0	0	0	40
43	Merdijja Zarean	0	0	0	0	0	40
44	Amra Maglajčetović	0	0	0	0	0	40

## Fotografije











## JBMO 2017

Šest najuspješnijih takmičara se plasiralo na Juniorsku balkansku matematičku olimpijadu (JBMO) koja se ove godine održava u **Bugarskoj**, u gradu Varna. Olimpijada će biti održana u periodu od 24. do 29. juna 2017. godine. Više detalja o samom takmičenju možete pronaći na web stranici [jbmo2017.bg](http://jbmo2017.bg). Detalje o učešću naših takmičara ćete moći pronaći na web ([umks.pmf.unsa.ba](http://umks.pmf.unsa.ba)) ili na Facebook stranici Udruženja ([www.facebook.com/umks2017](http://www.facebook.com/umks2017)).

Želimo našim predstavnicima mnogo sreće i uspjeha na takmičenju!